На правах рукописи

ЛЮБИМЦЕВА Ольга Львовна

ЧИСЛЕННО – АНАЛИТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВИБРОУДАРНЫХ СИСТЕМ С ОДНОЙ СТЕПЕНЬЮ СВОБОДЫ

05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Ярославль – 2014

Работа выполнена на кафедре численного и функционального анализа факультета вычислительной математики и кибернетики Нижегородского государственного университета им Н. И. Лобачевского.

Научный руководитель :
Баландин Дмитрий Владимирович, доктор физико-математических наук,профессор

Официальные оппоненты:
Буров Александр Анатольевич, доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник отдела механики ФГБУН Вычислительный центр им. А. А. Дородницына РАН

Куликов Анатолий Николаевич, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры дифференциальных уравнений ФГБОУ ВПО Ярославский государственного университет им. П.Г. Демидова

Ведущая организация:
Институт проблем машиностроения РАН (Нижний Новгород)

Защита состоится 26 декабря 2014 г. в __________ на заседании диссертационного совета Д 212.002.05 при федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова» по адресу: г. Ярославль, Советская, 14.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Ярославского государственного университета им. П.Г. Демидова и на официальном сайте организации: http://www.rd.uniyar.ac.ru/upload/iblock/e2c/dissertatsiya-lyubimtsevoy-o.l._avgust-2014_.pdf

Автореферат разослан «____» ______________ 2014 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета Д 212.002.05: Глызин С.Д.
доктор физико-математических наук

Общая характеристика работы

Актуальность проблемы

Проблемы динамики и устойчивости виброударных систем сегодня составляет самостоятельный раздел прикладной теории колебаний. Интерес к этим проблемам обусловлен в первую очередь широким использованием в практике машин и технологий, использующих систематические ударные взаимодействия в качестве основы рабочих процессов. Вибромолоты, виброударный инструмент, демпферы ударного действия, дисковые тормоза, машины для виброударных испытаний, устройства вибротранспорта штучных и массовых грузов, вибросепарации, объемной виброобработки – вот далеко не полный перечень, который дает представление о многообразии технологических использований виброударных систем и о круге вопросов, требующих применения теории этих систем.

Исследование вынужденных колебаний систем с одной степенью свободы и ударами об ограничитель получили активное развитие, начиная с середины 20-го века в связи с решением ряда практических задач с виброударными элементами. К их числу относятся известные задачи о вертикальном движении частицы на вибрирующем основании[1,2,3] и о линейном осцилляторе, соударяющемся с неподвижным ограничителем[4,5] . Необходимо также отметить близость рассмотренных в данной работе динамических систем с системой «ползун на движущейся ленте»[6]. Впервые аналогичная система (тормозная колодка) была рассмотрена в книге «Теория колебаний» авторы Андронов А.А., Витт А.А,

---

[1] Бабицкий, В. И. Теория виброударных систем: приближенные методы / В.Е Бабицкий // -М.: Наука. -1978. – С.352.

[2] Кобринский, А. А., Кобринский, А. Е. Виброударные системы / А.А. Кобринский, А.Е. Кобринский // -М: Наука. -1973. –С.592.

[3] Кобринский, А. А., Кобринский, А. Е. Двумерные виброударные системы / А.А. Кобринский, А.Е. Кобринский // - М: Наука, -1981. –С.336.

[4] Русаков, И. Г., Харкевич, А. А. Вынужденные колебания системы, ударяющейся об ограничитель / И.Г. Русаков, А.А. Харкевич // ЖТФ. -1942. -Т. 12. -№ 11–12. -С. 71–721.

[5] Senator, M. Existence and stability of periodic motions of harmonically forced impacting system / M. Senator // J. Acoustical Soc. of America. -1970. -V.47. -No 5, -part 2. -P. 1390–1397.

[6] Иванов, А.П. Основы теории систем с трением / А.П. Иванов // -М.–Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Ижевский институт компьютерных исследований. -2011. –С.304.

Хайкин С.Э., а затем она приобрела широкую популярность, что обусловлено сочетанием простоты самой системы со сложностью ее динамики[7,8].

Исследования периодических движений с ударами о неудерживающие связи показывают, что для них остаются справедливыми многие результаты в гладких системах[9]. Такая аналогия основана на достаточной гладкости отображения Пуанкаре стробоскопического типа в окрестности неподвижной точки, соответствующей периодическому движению с конечным числом ударов за период. Получены явные формулы для построения определяющей матрицы и характеристического уравнения. Корни этого уравнения определяют характер устойчивости и бифуркаций периодических движений. Такой подход в сочетании с исследованиями качественных особенностей динамических систем с ударными взаимодействиями приводят к новым интересным закономерностям и выводам, имеющим важное значение для практики.

Цель работы Цель настоящей работы состоит в создании единого математического и программного обеспечения для расчета и анализа периодических движений конкретных динамических систем с одной степенью свободы, совершающих вынужденные колебания под действием силы трения и удары об ограничитель.

Задачи работы На основе сформулированной выше цели были поставлены следующие задачи:

1. Классифицировать движения тела, совершающего одномерные вынужденные колебания с ударами о неподвижный ограничитель под действием силы сухого трения, которая меняется с изменением относительной скорости.

---

[7] Тейфель, А., Штайндль, А., Трогер, Х. Классификация негладких бифуркаций для осциллятора с трением / А.Тейфель, А. Штайндль, Х. Трогер // Проблемы аналитической механики и теории устойчивости. Сб. научных статей, посвященных памяти академика В. В. Румянцева. -М.: НПУ РАН, -2009. -С. 161−175.

[8] Di Bernardo, M., Feigin, M. I., Hogan, S. J., and Homer M. E. Local analysis of C-bifurcations in n-dimensional piecewise smooth dynamical systems / M Di Bernardo, M.I.Feigin, S.J. Hogan, M.E. Homer // Chaos, Solitons and Fractals. -1999. -V. 10. -P.1881−1908.

[9] Иванов, А. П. Динамика систем с механическими соударениями. / А.П. Иванов// М: «Международная программа образования». -1997. –С.336.

2. Дать удобное описание областей существования и устойчивости периодических движений и структуры фазового пространства вышеуказанной системы.

3. Найти условия существования и устойчивости периодических движений тела, расположенного внутри контейнера, который совершает прямолинейные гармонические колебания. Это приводит к существенному усложнению динамики, причем таким неавтономным системам с одной степенью свободы присущи и некоторые свойства многомерных систем.

4. Создание прикладного программного обеспечения для построения фазовых траекторий движения тела, расчета и анализа устойчивости неподвижных точек отображения Пуанкаре в рассматриваемых задачах.

Методы исследования Аналитические исследования проводились методами теоретической механики и качественной теории дифференциальных уравнений. Для решения поставленных задач, в частности, был применен метод точечных отображений, метод линеаризации для движений с ударами, метод линеаризации Айзермана-Гантмахера в системах с трением. При моделировании и численном анализе использовалась система Mathcad14. При построении программного обеспечения использовался компилятор Embarcadero Delphi для языка Object Pascal.

Научная новизна работы Все результаты диссертации являются новыми. Рассматривается модель: внутри контейнера, совершающего гармонические колебания, находится тело, которое движется под действием силы трения в промежутках между ударами. Указанная модель и ее частные случаи отражают динамику как систем с ударными взаимодействиями, так и систем с трением. В диссертации впервые:

– описана структура фазового пространства системы, совершающей одномерные вынужденные колебания под действием силы трения с ударами о неподвижный ограничитель;

– найдены и исследованы на устойчивость периодические движения виброударного механизма, представляющего собой существенно нелинейную неавтономную систему с одной степенью свободы;

– разработан численный алгоритм, позволяющий определить наличие и характер установившихся движений системы при различных значениях параметров;

– создан программный пакет для численного-аналитического анализа вышеуказанных систем.

Практическая ценность Полученные при изучении виброударных систем результаты могут быть использованы при выборе рабочих режимов для процессов виброперемещения, вибросепарации, пневмовибротранспорта и тому подобное. Проводимые в работе теоретические исследования могут быть применены при аналитическом и численном рассмотрении конкретных динамических систем с ударными взаимодействиями. В частности, рассмотренные в работе схемы, дают возможность реализации рациональных настроек в конструкции дисковых тормозов, которые действуют по принципу фрикционной муфты[10]. Узость областей существования и устойчивости периодических режимов и зависимость их от начальных условий могут существенно снизить эффективность указанных устройств, а поэтому должны надлежащим образом учитываться при их разработке. Созданный на основе этих исследований программный комплекс позволяет без использования сторонних программ численно проследить динамику изучаемых в работе виброударных систем (свидетельство о регистрации электронного ресурса «Пакет программ «Вычисление неподвижных точек отображения Пуанкаре и построение фазовых траекторий различных типов движений виброударной системы»» № ОФЭРНиО:19871, от 10.01.2014).

Степень достоверности и апробация результатов Достоверность полученных результатов основана на строгом и обоснованном применении математиче-

---

[10] Александров, М. П., Лысяков, А. Г., Федосеев, В. Н., Новожилов, М. В. Тормозные устройства: Справочник. / М.П. Александров, А.Г.Лысяков, В.Н. Федосеев, М.В.Новожилов // М.: Машиностроение. -1985. –С.312.

ских методов, на сравнении результатов компьютерного моделирования с теоретическими выводами.

Основные результаты были представлены на всероссийских и международных научных конференциях:

1. Любимцева, О. Л. Исследование периодических движений и структуры фазового пространства фрикционных автоколебаний методом точечных отображений / О.Л.Любимцева // Вестник Нижегородского университета им. Н. И. Лобачевского. «X Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики», Нижний Новгород, -2011. - № 4(2). -С. 217–219.
2. Любимцева, О. Л. Периодические движения одной динамической системы с вибрирующим ограничителем / О.Л.Любимцева // Тезисы докладов XII Международной конференции «Устойчивость и колебания нелинейных систем управления» (Конференция Пятницкого), Москва , 5─8 июня 2012 г. -С. 221─223.
3. Любимцева, О. Л. Численно-аналитическое исследование одной виброударной системы с подвижным ограничителем / О.Л.Любимцева // Труды IX Всероссийской научной конференции « Нелинейные колебания механических систем», Нижний Новгород, 24–29 сентября 2012 г.- С. 636─642.

Публикации и личный вклад автора Основные результаты диссертации опубликованы в девяти публикациях, из которых три печатные работы в журналах из перечня ВАК.

Структура и объем работы Работа состоит из введения, трех глав, приложения и заключения. Объем работы 96 страниц, в тексте содержится 41 рисунок, библиографический список включает 56 источников.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обосновывается актуальность выбранного направления исследования, научная новизна и практическая ценность, приводится краткий обзор работ по теме диссертации и смежным вопросам, а также кратко излагаются полученные в диссертации результаты.

Первая глава посвящена исследованию периодических движений и структуры фазового пространства системы, совершающей одномерные вынужденные колебания с ударами о неподвижный ограничитель под действием силы сухого трения. В первом параграфе этой главы обсуждается взаимосвязь динамических систем, изучаемых в диссертации с некоторыми классическими механическими системами. Во втором параграфе, основываясь на работах Ю. И. Неймарка[11] , вкратце излагается метод нахождения неподвижных точек точечного преобразования и исследования их устойчивости. В третьем параграфе строится математическая модель механической системы, в которой масса m двигается горизонтально с помощью ленточного механизма за счет силы сухого трения $F(V)$, зависящей от модуля относительной скорости. Движение тела перемежается ударами о неподвижную стенку ограничителя (рис. 1) с коэффициентом восстановления R, $0 \le R \le 1$. Приведены особенности исследования автономных динамических систем методом точечных отображений.

В четвертом параграфе вышеуказанная механическая система исследуется для случая кусочно-линейной зависимости силы трения от скорости скольжения. Уравнения движения тела при предположении, что рабочим является падающий участок характеристики силы сухого трения, приводится к безразмерному виду:

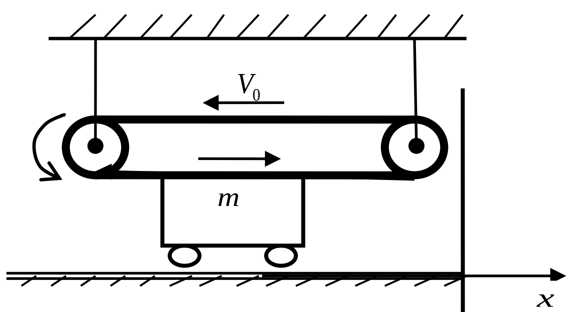

Рис.1

$$\begin{aligned} &\ddot{y} = 1 + \mu\dot{y} && \text{при} \quad y < 0, \dot{y} < 1 \\ &\ddot{y} = 0 && \text{при} \quad y < 0, \dot{y} = 1 \\ &\dot{y}^{+} = -R\dot{y}^{-} && \text{при} \quad y = 0 \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь $y = \dfrac{xF(0)\alpha_0}{mV_0^2}$, $\tau = \dfrac{tF(0)\alpha_0}{mV_0}$ — безраз-

[11] Неймарк, Ю. И. Метод точечных отображений в теории нелинейных колебаний, ч. I, II, III. / Ю.И. Неймарк // Известия высших учебных заведений, серия «Радиофизика». -1958. -Т.1. -№ 1, 2, 5–6.

мерное время, $\mu = \dfrac{1-\alpha_0}{\alpha_0} \le 1$, $\alpha_0 = \dfrac{F(V_0)}{F(0)}$; α_0 характеризует крутизну зависимости $F(V)$ при $V = V_0$. При этом скорости V_0 ленты транспортера соответствует значение $\dot{y} = 1$. Далее строится точечное отображение $\dot{y} = T(\dot{y}_0)$, где $\dot{y}_0$ — скорость тела непосредственно перед ударом, $\dot{y}$ — скорость тела перед следующим ударом. Неподвижные точки этого преобразования получаются как решения $\dot{y}_0^*$ уравнения

$$(1+R)\dot{y}_0 + \frac{1}{\mu}\ln\frac{1-R\mu\dot{y}_0}{1+\mu\dot{y}_0} = 0.$$

Устойчивые периодические движения возможны только в режиме движения, имеющего фазу относительного покоя тела, то есть когда скорость тела достигает скорости ленты до поверхности удара. Следующее утверждение дает условие существования такого режима.

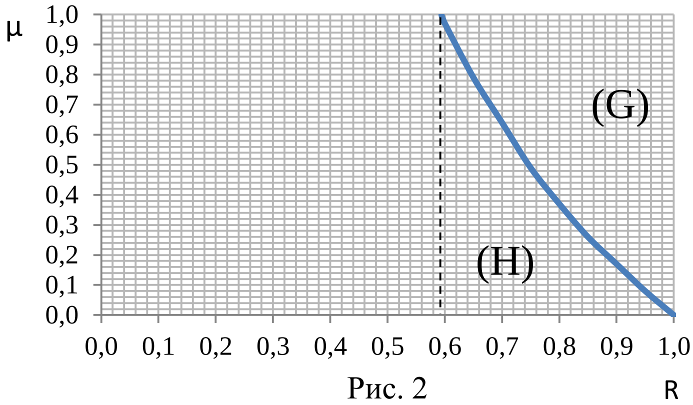

Рис. 2

<u>Утверждение</u>. В системе существуют устойчивые периодические движения $\dot{y} = T(\dot{y}_0) = \dot{y}_0 = 1$ тогда и только тогда, когда выполняется неравенство

$$1 + R + \frac{1}{\mu}\ln\frac{1-\mu R}{1+\mu} < 0.$$

Решения этого неравенства образуют область (G), указанную на рис. 2. Для каждой пары параметров (R, μ), лежащей в (G), точечное отображение имеет три неподвижные точки. Две из них будут притягивающими ($\dot{y}_0^* = 0$ и $\dot{y}_{02}^* = 1$), а третья – отталкивающая ($0 \ne \dot{y}_{01}^* < 1$). Если точка (R, μ) не принадлежит области (G), то точечное преобразование имеет только одну неподвижную точку – притягивающую точку $\dot{y}_0^* = 0$. В этом случае, для любого значения начальной скорости $\dot{y}_0$ колебания тела будут затухающими. Различные ситуации иллюстрируются на диаграммах Кенигса-Ламерея.

В пятом параграфе описана структура разбиения фазового пространства на траектории. Доказано, что для каждого фиксированного параметра μ найдется значение R_0, для которого при $R \in (R_0, 1)$ на фазовой плоскости системы имеется устойчивый и неустойчивый предельный циклы. При увеличении параметра R, начиная с некоторого $R > R_0$ и до значения $R = 1$, наблюдается увеличение размеров устойчивого цикла и уменьшение неустойчивого цикла (если $R = 1$, цикл вырождается в точку с координатами $y = 0, \dot{y} = 1$). При уменьшении параметра R устойчивый и неустойчивый цикл сближаются и при $R = R_0$ сливаются в один полуустойчивый цикл. Таким образом, R_0 − бифуркационное значение параметра R. При значениях $R < R_0$ периодические движения в системе исчезают – остается единственное устойчивое состояние равновесия $\dot{y}_0^* = 0$. Таким образом, динамическая система (1) имеет жесткий режим автоколебаний.

В шестом параграфе исследуется случай, когда сила трения меняется в зависимости от относительной скорости по экспоненциальному закону. Полученные результаты аналогичны результатам §5. Отметим лишь, что в силу снятия ограничения $\mu \leq 1$ при определенных значениях параметров μ и R и начальной скорости $\dot{y}_0$ в системе имеет место взрывная неустойчивость. При этом тело после отскока от ограничителя не может вернуться к нему за конечное время.

Во второй главе рассматривается обобщение системы (1) на случай периодического возбуждения. Предполагается, что подвижная масса m расположена внутри контейнера, совершающего прямолинейные гармонические колебания по закону $h(t) = A\sin\omega\tau$. Само тело совершает одномерные колебания с ударами под действием силы сухого трения, которая меняется с изменением относительной скорости по линейному закону.

В первом параграфе после ряда преобразований уравнения движения тела приводятся к безразмерному виду:

$$\begin{cases} \ddot{y} = 1 + \eta\dot{y} + \varepsilon \sin t, & y < 0,\ \dot{y} < \dfrac{\mu}{\eta} \\ \ddot{y} = 0, & y < 0,\ \dot{y} = \dfrac{\mu}{\eta} \\ \dot{y}^{+} = -R\dot{y}^{-}, & y = 0 \end{cases} \tag{2}$$

Здесь $y = \dfrac{m\omega^2}{F_0\alpha_0}x$; $t = \omega\tau$ – безразмерное время; $\mu = \dfrac{1-\alpha_0}{\alpha_0} \le 1$; $\varepsilon = \dfrac{m\omega^2 A}{F_0\alpha_0}$; $\eta = \mu\dfrac{F_0\alpha_0}{m\omega V_0}$. Скорость ленты V_0 в безразмерном виде соответствует величине $\dfrac{\mu}{\eta}$. Далее уточняется определение устойчивости решений системы (2) в соответствии с монографией[9].

Во втором параграфе описаны одноударные периодические движения (n, 1) системы в режиме, не включающем фазу относительного покоя тела (режим 1), с периодом $T = 2\pi n$. Как результат получено следующее

Утверждение.

а) вид однократных неподвижных точек отображения Пуанкаре, соответствующих движениям (n, 1):

$$\dot{y}^{-} = \frac{2\pi n}{1+R};\quad t_0 = arcsin\frac{\sqrt{1+\eta^2}\left(2\pi n\eta\xi_1 - 1\right)}{\varepsilon\eta} - arcsin\frac{1}{\sqrt{1+\eta^2}}\ , \tag{*}$$

$$\dot{y}^{-} = \frac{2\pi n}{1+R};\quad t_0 = \pi - arcsin\frac{\sqrt{1+\eta^2}\left(2\pi n\eta\xi_1 - 1\right)}{\varepsilon\eta} - arcsin\frac{1}{\sqrt{1+\eta^2}}\ , \tag{**}$$

где $\xi_1 = \dfrac{1+Re^{2\pi n\eta}}{(e^{2\pi n\eta}-1)(1+R)}$; $\dot{y}^{-} < \dfrac{\mu}{\eta}$ (т.е. $\mu > \dfrac{2\pi n\eta}{1+R}$).

б) вид N_{+1}– границ существования

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{1+\eta^2}\left|2\pi n\eta\xi_1 - 1\right|}{\eta};$$

в) вид границ устойчивости (N_{-1} и N_{φ} – границы)^2

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{1+\eta^2}}{\eta}\sqrt{(2\pi n\eta\xi_1 - 1)^2 + 16\pi^2 n^2\eta^4\xi_2},$$

$$R^2 e^{2\pi n\eta} = 1,$$

где $\xi_2 = \dfrac{\left(1+R^2 e^{2\pi n\eta}\right)^2}{\left(e^{2\pi n\eta}-1\right)^2 (1+R)^4}$.

г) характеристическое уравнение для неподвижных точек (*) и (**) имеет вид

$$\rho^2 + \left[R\left(e^{2\pi n\eta}+1\right) - \frac{(1+R)^2\left(e^{2\pi n\eta}-1\right)(1+\varepsilon\, sin\, t_0)}{2\pi n\eta}\right]\rho + R^2 e^{2\pi n\eta} = 0.$$

Отметим, что исследование устойчивости периодических движений проводилось на основе результатов, известных для гладких динамических систем с применением методов для построения определяющей матрицы и характеристического уравнения. Корни этого уравнения определяют характер устойчивости и бифуркаций периодических движений.

В третьем параграфе изучаются периодические движения, включающие участок совместного «скольжения» тела и ленты (режим 2). Заметим, что в отличие от задачи, рассматриваемой в главе 1, включение в движение фазы относительного покоя тела не гарантирует устойчивости. Фундаментальная матрица однородной системы уравнений в вариациях терпит разрыв не только на поверхности удара, но и при переходе к фазе относительного покоя тела в момент t^* смены режима. Расчет скачка производился методами, указанными в монографии Иванов А.П. «Основы теории систем с трением». В результате вычислений получена система уравнений для определения t^* и начальной фазы t_0 неподвижной точки $\left(\dfrac{\mu}{\eta}, t_0\right)$. Далее найдено условие асимптотической устойчивости неподвижной точки. Выразить величину t_0 из упомянутой системы не представляется возможным. Поэтому в дальнейшем структура областей существования и устойчивости периодических движений в режиме 2 исследовалась численно. В частности было установлено, что если в некоторой области параметров ε, η, μ существуют неподвижные точки в режиме 2, то их две: $\left(\frac{\mu}{\eta}, t_{01}\right)$, $\left(\frac{\mu}{\eta}, t_{02}\right)$. При этом одна из точек устойчива, а другая — нет. Устойчивая точка имеет начальную фазу $t_{01} \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$, неустойчивая — $t_{01} \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$, что согласуется с общей теорией[3].

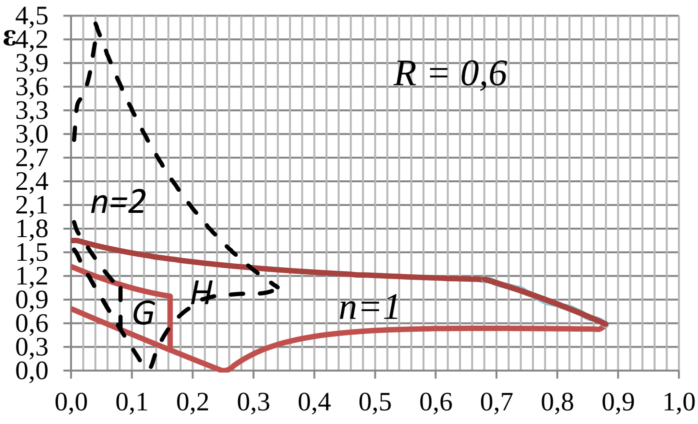

Рис. 3

В четвертом параграфе проводится численное исследование областей существования и устойчивости одноударных периодических движений при фиксированных R и n. Обозначим через G область существования и устойчивости периодических движений в режиме 1 на плоскости параметров η, ε (рис. 3).

Согласно утверждению из §2, если точка $(\eta, \varepsilon) \in G$, то для всякого значения $\mu \in \left[\mu^*; 1\right]$, где $\mu^* = \frac{2\pi n \eta}{1+R}$, точечное отображение имеет устойчивую неподвижную точку $(\dot{y}_0; t_0)$. Область G ограничена на плоскости параметров (η, ε) кривыми N_{+1}, N_{-1} и N_{φ}. Если H – область существования и устойчивости периодических движений в режиме 2, то, как показывают численные эксперименты, имеет место включение $G \subset H$. Для каждой точки $(\eta, \varepsilon) \in G$ существует интервал (μ_*, μ^*), такой, что для всякого значения μ из этого интервала точечное отображение имеет устойчивую неподвижную точку $\left(\frac{\mu}{\eta}; t_0\right)$.

Начальная фаза t_0 находится из системы уравнений, полученной в §3. Таким образом, для точек из области G при подходящих значениях μ в системе имеются устойчивые периодические движения в каждом из режимов 1 и 2. Для точек $(\eta, \varepsilon) \in H \setminus G$ в системе имеются устойчивые периодические движения только в режиме 2. Описанная ситуация подробно разбирается на примере, в котором предполагается, что $R = 0{,}6$ и $n = 1$.

В пятом параграфе исследуется поведение неподвижной точки при пересечении параметром ε (остальные параметры полагаем фиксированными) одну из граничных поверхностей N_{+1} и N_{-1}. Проверяется, что при пересечении ε границы N_{+1} имеет место бифуркация «седло-узел», как того требует общая теория [11]. Далее проводится общий анализ бифуркации удвоения периода для движений (n, 1) путем построения периодических типа (2n, 2), близких к данному. Получена формула, определяющая периодические движения обсуждаемого типа. Исходя из вида этой формулы, выдвинута гипотеза о том, что потеря устойчивости движения типа (n, 1) сопровождается рождением пары устойчивых движений типа (2n, 2).

В третьей главе приводится описание программного пакета для численного исследования рассмотренных в работе виброударных систем. Программное обеспечение первого параграфа призвано помочь рассчитать параметры периодических движений динамической системы, рассмотренной в §§4,5 главы 1. Кроме того, с его помощью возможно построение различных фазовых траекторий движения (не обязательно периодических), если заданы исходные значения параметров системы и начальная скорость. Программа создана и скомпилирована в среде создания консольных приложений Free Pascal. При построении фазовых траекторий используется модуль Graph. Отдельно программа проверяет наличие нетривиальных предельных циклов, и, если таковые присутствуют, то вычисляет соответствующие им неподвижные точки. Работа программы иллюстрируется многочисленными примерами.

Во втором параграфе разработано программное обеспечение для расчета ударно-колебательной системы с вибрирующим ограничителем, которая изучалась во второй главе. Программный пакет позволяет рассчитать параметры периодических движений указанной системы. Кроме того, программа строит фазовые траектории для заданных значений параметров, начальной скорости (скорости тела непосредственно перед ударом $\dot{y}_0$) и начальной фазы (фазы удара t_0). При написании программы использовался язык программирования Delphi. Заметим, что при создании нового проекта среда сама прописывает все подключаемые модули и структуру программы, поэтому необходимо лишь определить событие, при котором объект ссылается на соответствующую процедуру. Программа осуществляет выбор режима движения, проверяет систему на наличие периодических движений и, если они существуют для заданных значений параметров, определяет их устойчивость. Приводятся иллюстрации работы программы во всех принципиально различных ситуациях.

В приложении приводятся тексты программ и блок-схема программы, описанной в §1 главы 3 (блок-схема второй программы имеет чрезвычайно громоздкий вид и опущена).

В заключении подводятся общие итоги исследований, проводимых в диссертации. Упоминаются основные идеи и методы, которые автор использовал при изучении конкретных динамических систем. В частности, метод «сглаживания» ударных взаимодействий А. П. Иванова и метод Айзермана – Гантмахера позволяют исследовать по первому приближению периодические движения систем с разрывными правыми частями.

Автор выражает глубокую благодарность своему научному руководителю Баландину Д. В. за постановку задачи, внимание к работе и ряд ценных указаний.

Публикации автора по теме диссертации

Статьи в ведущих журналах, включенных в перечень ВАК:

1. Любимцева, О. Л. Исследование периодических движений и структуры фазового пространства фрикционных автоколебаний методом точечных отображений / О.Л. Любимцева // Вестник Нижегородского университета им. Н. И. Лобачевского, Серия: Математика. -2011. - №4 (1). -С. 156–159.

2. Любимцева, О. Л. Фрикционные автоколебания в виброударной системе с сухим трением / О.Л.Любимцева // Вестник Чувашского педагогического университета им. И.Я. Яковлева, Серия: Естественные и технические науки. - 2011. - №4(72). -Ч. 1. -С. 51–56.

3. Любимцева, О. Л. Об устойчивости периодических движений системы с вибрирующим ограничителем / О.Л.Любимцева // Вестник Нижегородского университета им. Н. И. Лобачевского, Серия: Математическое моделирование. Оптимальное управление. -2012. -№.2(1). -С. 184–189.

Другие публикации:

1. Любимцева, О. Л. О периодических движениях тела, содержащего подвижную внутреннюю массу / О.Л.Любимцева // Сборник трудов аспирантов и магистрантов. Технические науки. Нижегород. гос. архитектур.–строит. ун-т. Н. Новгород: ННГАСУ, -2009. -С. 200–204.

2. Любимцева, О. Л. Исследование устойчивости некоторых фрикционных автоколебаний в зазоре методом точечного отображения / О.Л.Любимцева // Сборник трудов аспирантов и магистрантов. Технические науки. Нижегород. гос. архитектур. –строит. ун-т. Н. Новгород: ННГАСУ, -2010. -С. 263–267.

3. Любимцева, О. Л. Исследование периодических движений и структуры фазового пространства фрикционных автоколебаний методом точечных отображений / О.Л.Любимцева // X Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики, тезисы докладов. Вестник Нижегородского университета им. Н. И. Лобачевского. -2011. -№ 4(2). -С. 217–219.

4. Любимцева, О. Л. Периодические движения одной динамической системы с вибрирующим ограничителем / О.Л.Любимцева // Тезисы докладов XII Международной конференции «Устойчивость и колебания нелинейных систем управления» (Конференция Пятницкого). М.: Изд-во ИПУ РАН, -2012. -С. 221─223.
5. Любимцева, О. Л. Численно-аналитическое исследование одной виброударной системы с подвижным ограничителем / О.Л.Любимцева // Труды IX Всероссийской научной конференции « Нелинейные колебания механических систем» (Нижний Новгород, 24–29 сентября 2012 г.) / Под редакцией Д.В. Баландина, В. И. Ерофеева, И. С. Павлова. Нижний Новгород: Издательский дом «Наш дом», -2012. -С. 636─642.
6. Любимцева, О.Л. Пакет программ «Вычисление неподвижных точек отображения Пуанкаре и построение фазовых траекторий различных типов движений виброударной системы». № ОФЭРНиО: 19871. / О.Л.Любимцева // Хроники объединенного фонда электронных ресурсов «Наука и образование», -2014. -№01 (56).