

## ОТЗЫВ

официального оппонента о диссертации  
Алешина Сергея Владимировича  
«Исследование динамики логистического уравнения с диффузией и  
отклонениями аргументов»,  
представленной на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук  
по специальности 05.13.18 – Математическое  
моделирование, численные методы и комплексы программ.

Диссертационная работа Алешина Сергея Владимировича посвящена исследованию динамики логистического уравнения с диффузией и отклонениями аргументов. Данный тип уравнений относится к так называемым задачам «реакция-диффузия», которые естественным образом возникают в таких различных науках как химическая кинетика, механика, гидродинамика и биофизика (например, в различных моделях популяционной динамики). Исследуемые автором уравнения с отклонением временной и пространственной переменных являются наиболее простыми, но в тоже время вполне содержательными моделями такого рода. Для них могут быть получены некоторые аналитические результаты, которые дополняются численным экспериментом. Таким образом, рассмотренные в диссертационной работе вопросы относятся к числу **актуальных направлений исследования**, имеющих несомненный теоретический и практический интерес.

Структурно диссертационная работа разделена на введение, четыре основные главы, заключение и приложения. Во введении содержится обзор литературы и основных результатов в выбранной области исследований, приводятся постановки задач, рассмотренных в диссертации.

Объектом изучения первой главы работы является логистическое уравнение с запаздыванием в сингулярно возмущенном случае. Для него выполнен локальный и связанный с ним численный анализ. На основе построения квазинормальной формы, представляющей собой краевую задачу

с антипериодическими граничными условиями, получена асимптотика устойчивого цикла исходного уравнения.

Во второй главе автор рассматривает задачу распространения фронта волны от начального возмущения, которая описывается логистическим уравнением с диффузией и запаздыванием. Данная постановка задачи является обобщением известного уравнения Фишера, Колмогорова, Петровского и Пискунова. Для исследования качественного поведения решений этого уравнения были рассмотрены специальные модельные краевые задачи (квазинормальные формы), соответствующие данному уравнению вблизи их единичного состояния равновесия. Такой квазинормальной формой оказалось уравнение Гинзбурга–Ландау. Кроме того, анализируется специальное уравнение с запаздыванием, описывающее поведение решения в виде бегущей волны. Далее автор приводит описание процесса распространения волны, полученное на основе численного эксперимента. Как оказалось, найденные критические значения параметров являются особыми и для исходной задачи, поскольку именно при этих значениях меняется качественная картина процесса распространения волны.

В третьей главе автор рассматривает аналогичную второй главе задачу о распространении фронта волны для логистического уравнения с диффузией и отклонением пространственного аргумента. При его исследовании выполнены близкие по смыслу предыдущей главе действия, которые, однако, дали существенно иные результаты. Большое значение для данной главы имеет выполненный в ней численный анализ, подтвердивший, что при найденных критических значениях параметра отклонения, качественно меняется профиль волны концентрации.

В последней главе рассмотрена задача вычисления ляпуновских экспонент для дифференциальных уравнений с запаздыванием. Автором предложен алгоритм и проведено его тестирование на логистическом уравнении с запаздыванием. Затем приведено несколько примеров

применения алгоритма к различным системам дифференциальных уравнений с запаздыванием.

Приложения содержат принципиальные фрагменты исходного кода вычислительного комплекса, пример входных данных для этого комплекса и описание графического интерфейса пользователя.

**Достоверность** описанных результатов и выводов подтверждаются соответствующими аналитическими и численными **обоснованиями**. Выносимые на защиту положения являются новыми.

Отметим некоторые замечания, возникшие при анализе диссертации.

1. В диссертационной работе проведен обширный и трудоемкий численный эксперимент, который, однако, хотелось бы расширить в направлении изучения логистического уравнения как с отклонением пространственного аргумента, так и с запаздыванием.
2. Приведенный в последней главе численный алгоритм нахождения спектра ляпуновских экспонент для динамических систем с бесконечномерным фазовым пространством применяется к довольно узкому набору уравнений с запаздыванием. Надеюсь, что автор восполнит этот недостаток в последующих исследованиях.

Эти недостатки не являются критическими и не искажают общего благоприятного впечатления от работы.

Описанные в работе методики и полученные в ходе данного исследования результаты **могут применяться** для исследования широкого класса задач популяционной динамики, биологии и физики. Это свидетельствует о **теоретической и практической значимости** работы соискателя.

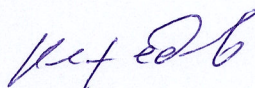
Представленная Алешиным С.В. диссертация является самостоятельным, законченным, актуальным **научным исследованием**. Изложенные в работе результаты **опубликованы** в достаточном количестве печатных научных работ, в том числе в 3 статьях в ведущих рецензируемых научных журналах, рекомендованных ВАК РФ. Основные положения

исследования были представлены на большом количестве всероссийских научных и научно-технических **конференций**, докладывались на научных **семинарах**.

**Автореферат** достаточно полно отражает структуру, содержание и основные положения диссертации, дает представление о рассматриваемых задачах, используемых методах исследования и полученных результатах.

По актуальности избранной темы, новизне полученных результатов, обоснованности выводов, практическому и теоретическому значению работа **соответствует** требованиям «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного постановлением Правительства Российской Федерации от 24 сентября 2013 г. №842, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор заслуживает присуждение ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Заведующий кафедрой математики  
физического факультета Московского  
государственного университета  
имени М.В.Ломоносова,  
доктор физико-математических наук,  
Профессор



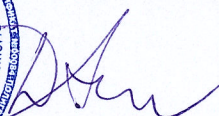
Н.Н.Нефедов  
30.10.2015

ФИО  
Почтовый адрес с  
индексом  
Телефон  
Адрес электронной  
почты

Нефедов Николай Николаевич  
119991, Москва, ГСП-1, Ленинские горы, д. 1,  
стр. 2, физический факультет, кафедра математики  
(495) 939-48-59  
nefedov@phys.msu.ru

Подпись профессора Н.Н. Нефедова удостоверяю  
Декан физического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова

Профессор



Н.Н.Сысоев