

## ОТЗЫВ

официального оппонента о диссертации

**Полякова Сергея Владимировича** «Конечные группы с малыми кратностями в разложении квадратов неприводимых представлений», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел

Теория характеров групп дает один из наиболее мощных методов изучения строения групп и их представлений. Уже в начале появления теории характеров были получены, ставшие классическими теоремы Бернсайда и Фробениуса, доказанные с помощью теории характеров, причем для некоторых из этих теорем не нашлось других методов доказательства. В ряде работ проводилось исследование свойств конечных групп, обладающих неприводимыми характерами с теми или иными ограничениями на характеры или на их степени. К этому направлению относится и диссертация Полякова Сергея Владимировича.

Диссертация Полякова Сергея Владимировича посвящена исследованию конечных групп с небольшими кратностями в разложении квадратов неприводимых представлений. Задача восходит к работе 1940 года известного физика, лауреата нобелевской премии, Е.Вигнера. Им был введен класс конечных групп, у которых тензорное произведение любых двух неприводимых представлений имеет в разложении по неприводимым представлениям группы кратности не более единицы, а всякий элемент сопряжен со своим обратным. Задача описания таких групп отмечалась многими авторами (в том числе, профессорами С.П. Струнковым и А.И. Кострикиным). Английский математик Я. Саксл поставил в Коуровской тетради проблему описания конечных групп, у которых тензорные квадраты любых неприводимых представлений конечной группы свободны от кратностей. Недавно Л.С. Казариным совместно с В.В. Янишевским и Е.И. Чанковым доказана разрешимость групп, у которых тензорные квадраты любых неприводимых представлений не имеют кратностей. Естественным продолжением являются результаты, полученные С.В. Поляковым в диссертации, в которой исследуются конечные группы, у которых тензорный квадрат любого неприводимого представления имеет в своем разложении кратности, не превосходящие 2.

Поэтому тема диссертации является весьма актуальной.

Согласно определению, предложенному диссертантом, группа  $G$  называется  $SM_m$ -группой, если кратности неприводимых представлений в разложении тензорных квадратов неприводимых представлений не превосходят числа  $m$ . В том случае, когда группа  $G$  является  $SM_m$ -

группой, но не является  $SM_{\{m-1\}}$ -группой, то группа  $G$  называется группой  $SM$ -характеристики равной  $m$ .

Основная задача, которую исследовал автор – определение строения неабелевых композиционных факторов конечной группы,  $SM$ -характеристика которых не превосходит двух.

Диссертация имеет объём 102 страницы и состоит из введения, шести глав, заключения, списка литературы и приложения.

Во введении обоснована актуальность темы диссертации, изложена история вопроса и сформулированы основные результаты, полученные в диссертации.

В главе 1 изложены вспомогательные результаты, существенно применяющиеся в дальнейшем.

В главе 2 определены кратности в разложениях квадратов неприводимых представлений почти простых групп с цокелем, изоморфным простой группе  $PSL_2(q)$ . В Теореме 2.4.4 доказано, что конечная почти простая  $SM_2$ -группа с цокелем, изоморфным  $PSL_2(q)$ , должна быть изоморфна  $PGL_2(q)$  или знакопеременной группе  $A_5$ .

Глава 3 посвящена строению простых неабелевых  $SM_2$ -групп. Применяя классификацию конечных простых групп, в теореме 3.4.2 доказано, что простая неабелева  $SM_2$ -группа изоморфна группе  $PSL_2(q)$  для четного  $q$ . В случаях относительно небольших групп использовался Атлас конечных простых групп и компьютерная система GAP.

Основным результатом главы 4 является классификация конечных почти простых  $SM_2$ -групп (Теорема 4.4.2). Таковыми оказались группы  $PGL_2(q)$  и группа  $A_5$ .

В главе 5 доказано, что любой неабелев композиционный фактор неразрешимой  $SM_2$ -группы изоморфен группе  $PSL_2(q)$  для подходящего  $q$ .

В главе 6 автор рассматривает некоторые классы  $SM_m$ -групп. В частности, найдены оценки  $SM$ -характеристики групп Фробениуса. С помощью компьютерной системы GAP перечислены 2-группы порядка 64 с  $SM$ -характеристикой 2, группы порядка 128 с  $SM$ -характеристикой 4. Кроме того, перечислены все разрешимые непримарные группы с заданной  $SM$ -характеристикой. В результате автор выдвигает гипотезы об  $SM$ -характеристике 2-групп и о ступени разрешимости разрешимых групп с заданной  $SM$ -характеристикой.

К достоинствам диссертации можно отнести полное описание конечных почти простых  $SM_2$ -групп и неабелевых композиционных факторов неразрешимых  $SM_2$ -групп. Получены нижние оценки  $SM$ -характеристики для всех конечных простых неабелевых групп, а для спорадических простых групп найдены значения  $SM$ -характеристик.

К недостаткам работы следует отнести следующие опечатки в тексте автореферата:

1. На стр.7, предпоследняя строка снизу, написано, что все 4 статьи, в которых изложены результаты диссертации, написаны без соавторов. Но из списка публикаций видно, что и тезисы докладов принадлежат автору.
2. Там же, последняя строка снизу, утверждается, что список работ приведен в конце диссертации, тогда как он приведен в конце автореферата.
3. На стр. 5, 21 строка сверху написано, что в множество SM\_2-групп входят как ASR, так и SM\_2-группы.

Однако отмеченные недостатки не снижают ценности полученных в работе результатов и не ставят под сомнение их правильность.

Диссертация является законченным, актуальным и интересным научным исследованием, относящимся к теории конечных групп.

Все результаты диссертации, своевременно опубликованные в 4 научных работах и 4 тезисах докладов на конференциях, являются новыми, получены автором самостоятельно. Они могут быть использованы в Московском, Уральском, Ярославском, Ивановском Новосибирском университетах, Институте математики УРО РАН, Ярославском педагогическом университете и других университетах и математических институтах России и Белоруссии, где ведутся исследования по теории групп.

Автореферат правильно и достаточно полно отражает содержание диссертации. Работа неплохо оформлена.

Считаю, что диссертация С.В.Полякова отвечает требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор С.В.Поляков, заслуживает присвоения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел.

Доктор физико-математических наук,  
профессор кафедры алгебры, геометрии  
и методики их преподавания Института  
математики и информатики Московского  
городского педагогического университета

В.А. Ведерников

127521, г. Москва  
ул. Шереметьевская, 29

Государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования города Москвы «Московский городской педагогический университет» (ГБОУ ВПО МГПУ)	
Подпись руки	
Нач. общего отдела	Удостоверено:
«    »	20    г.

