

ОТЗЫВ

официального оппонента

на диссертацию Матвеева Владимира Алексеевича

“Аналитические свойства эйлеровых произведений

и некоторые задачи теории чисел”,

представленную на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук по специальности 01.01.06 —
математическая логика, алгебра и теория чисел.

История эйлерова произведения начинается с 1737 года, когда Л. Эйлер нашёл разложение дзета-функции в произведение. Дзета-функция была первым примером ряда Дирихле. Теория рядов Дирихле и L -функций Дирихле насчитывает уже более полутора столетий. В теории чисел эти объекты исследований ввёл П. Г. Лежён-Дирихле в связи с доказательством знаменитой теоремы Дирихле о простых числах в арифметических прогрессиях. С этой теоремы фактически идёт отсчет истории трансцендентных методов в теории чисел и начинается формирование аналитической теории чисел, хотя некоторые подходы мы уже встречаем в работах Л. Эйлера.

L -функции Дирихле числовых полей дают важный пример рядов Дирихле имеющих эйлерово произведение. Эти ряды находятся в центре внимания исследований на стыке аналитической и алгебраической теорий чисел.

За время развития теории рядов Дирихле получены красивые и глубокие результаты, лежащие в основе многих математических теорем. Некоторые из них получены более ста лет назад, некоторые в середине XX века, некоторые докладываются на последних международных конференциях по теории чисел как в России, так и за рубежом.

При доказательстве теоремы о простых в арифметической прогрессии Дирихле ввёл ещё одно фундаментальное понятие — числовой мультипликативный характер, который позднее получил многочисленные различные обобщения, в частности, для полей алгебраических чисел.

Вклад отечественной науки в этой области на протяжении уже полутора столетий со времён П. Л. Чебышёва общепризнан. Хорошо известны работы Н. Г. Чудакова и его классическая монография по теории L -функций Дирихле. В золотой фонд мировой математики входят исследования А. А. Карацубы и С. М. Воронина по теории дзета-функции Римана и L -функций Дирихле. Важны для аналитической теории чисел метод редукции, разработанный В. Н. Кузнецовым и его учениками.

Другое важное применение рядов Дирихле связано с теоретико-числовым методом в приближенном анализе. В методе оптимальных коэффициентов Н. М. Коробова играют центральную роль гиперболическая дзета-функция решётки решений линейного сравнения от нескольких переменных, а в методе К. К. Фролова появляется гиперболическая дзета-функция алгебраической решётки целых алгебраических чисел чисто-вещественных алгебраического поля.

Это важные классы рядов Дирихле, теория которых только ещё формируется. Здесь остаются нерешенными многие задачи. Например, открытыми остаются вопросы об аналитическом продолжении гиперболической дзета-функции различных классов решёток отличных от декартовых.

Всё перечисленное позволяет утверждать, что диссертация выполнена на **актуальную** тему.

Выделим **основные новые научные результаты**, полученные в диссертации В. А. Матвеева:

1. В первом параграфе первой главы изучены ряды Дирихле с ограниченной сумматорной функцией коэффициентов и получен результат об ограниченности соответствующей обобщенной дзетовой суммы, которые имеют важное значение в теории.
2. В втором параграфе первой главы доказана голоморфность эйлерова произведения с обобщённым характером χ числового поля \mathbb{K} .
3. Во второй главе доказано существование обобщённых характеров числовых полей.
4. Во второй главе доказан аналог гипотезы Н. Г. Чудакова для главных обобщённых характеров числовых полей.
5. В первом параграфе третьей главы доказано, что расширенная гипотеза Римана для L-функций с неглавными характерами Дирихле χ числовых полей эквивалентна тому, что для каждого такого характера имеет место корневая оценка сумматорной функции простых идеалов с ограниченной нормой.
6. Во втором параграфе третьей главы получены аппроксимационные теоремы, отражающие скорость приближения L-функций Дирихле числовых полей в критической полосе полиномами Дирихле.
7. В четвертом параграфе третьей главы разработан новый подход для получения плотностных теорем и доказан новый усиленный вариант плотностной теоремы для L-функции Дирихле числового поля \mathbb{K} , имеющей разложение в произведение классических L-функций Дирихле.

По диссертации можно сделать следующее замечание. Иногда в тексте встречаются стилистические неточности и отдельные опечатки, не имеющие принципиального значения.

Суммируя вышесказанное, считаю, что совокупность основных результатов диссертации — Аналитические свойства эйлеровых произведений и некоторые задачи теории чисел — можно квалифицировать как новое существенное научное достижение.

Её результаты найдут применения в дальнейших исследованиях по аналитической теории чисел, проводимых в МГУ имени М. В. Ломоносова, МПГУ, Математическом институте им. В. А. Стеклова, ТГПУ им. Л. Н. Толстого, в Хабаровском отделении ИПМ ДВО РАН и в других научных центрах России и зарубежом.

Автореферат, составленный с соблюдением установленных требований, в достаточной степени отражает содержание диссертации. Основные результаты выполненных исследований опубликованы в 14 научных работах, включая 4 публикации из перечня ВАК РФ, доложены на 3 международных конференциях.

Тематика и содержание диссертации Матвеева В. А. отвечает паспорту специальности "01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел" по формуле специальности и области исследования.

Диссертационная работа "Аналитические свойства эйлеровых произведений и некоторые задачи теории чисел" Матвеева Владимира Алексеевича является научно квалификационной работой, в которой на основании выполненных автором исследований разработаны теоретические положения, совокупность которых можно квалифицировать как существенное научное достижение в области аналитической теории чисел.

Диссертационная работа соответствует критериям "Положения о порядке присуждения ученых степеней", которым должна удовлетворять диссертация на соискание ученой степени кандидата наук.

Её автор, Матвеев Владимир Алексеевич, заслуживает присуждения ей ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел.

23.11.2015

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук, профессор
заведующий кафедрой алгебры,
математического анализа и геометрии ФГБОУ ВПО
"Тульский государственный педагогический
университет им. Л. Н. Толстого"

Тула, 300026, пр. Ленина 125,
учебный корпус 4, кафедра алгебры,
математического анализа и геометрии
8(4872)357829,
email: dobrovol@tspu.tula.ru

Добровольский Николай Михайлович



Н. М. Добровольский

Подпись
заверяю. Начальник отдела
делопроизводства и связи

Реев