

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу Алешина Сергея Владимировича «Исследование динамики логистического уравнения с диффузией и отклонениями аргументов», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

В настоящее время большой интерес у исследователей вызывает сложная упорядоченность и хаотическое, турбулентное поведение в системах реакция-диффузия и их обобщениях. Существует множество работ, посвященных численному анализу таких объектов. Однако в них, как правило, остается открытым вопрос, в какой мере динамика объектов, полученных при их дискретизации, соотносится с поведением решений исходной задачи. Во-первых, дело в том, что в нелинейных задачах из аппроксимации и устойчивости разностной схемы не следует сходимости одних решений к другим при уменьшении шагов по времени и пространству. Во-вторых, обычно в таких задачах основной интерес вызывают аттракторы, асимптотики на больших характерных временах, а соответствие их свойств в дискретном и непрерывном случае практически не исследовалось в современной вычислительной математике. Тут немногочисленные исключения подтверждают общее правило.

Выход из этой ситуации связан с сочетанием асимптотических и согласованных с ними численных методов. В частности, фундаментальные результаты здесь были получены в Ярославской научной школе в области математической физики, теории уравнений с запаздыванием и асимптотического анализа, сложившейся в Ярославском государственном университете им. П.Г. Демидова. В этой научной школе под руководством проф. С.А. Кащенко был создан и развит подход, связанный с теорией квазинормальных форм, позволяющий получать асимптотическое описание для широкого класса сингулярно возмущенных систем, в частности для систем реакция-диффузия с малой диффузией и уравнений с запаздыванием при большом запаздывании. Продолжением и развитием этого большого и актуального цикла исследований и является диссертационная работа С.В. Алешина. Это исследование, безусловно, является актуальным.

Стратегия работы достаточно очевидна – построение и исследование квазинормальных форм в критических случаях для ряда интересных уравнений, проведение численных расчетов в этой области и за её пределами, с широким использованием алгоритмов современной нелинейной динамики,

проверка соответствия между численными и асимптотическими решениями и выявление новых качественных особенностей изучаемых объектов.

В первой главе работы С.В. Алешина рассматривается логистическое уравнение с запаздыванием – одна из базовых моделей современной нелинейной динамики. Для этого уравнения на основе теории квазинормальных форм выведено асимптотическое уравнение в регулярно и в сингулярно возмущенном случае. В первом случае получается стандартная нормальная форма, во втором – параболическое уравнение с переносом и апериодическими краевыми условиями для медленно меняющейся амплитуды в медленном времени. В этой главе доказана важная теорема об асимптотической близости аттрактора квазинормальной формы и решения исходной задачи.

Для квазинормальной формы построена простейшая разностная схема со вторым порядком аппроксимации и показано превосходное соответствие между найденным асимптотическим решением уравнения, определяющего квазинормальную форму, и результатами численного анализа. Аттрактором в этом случае является предельный цикл.

На мой взгляд, самые интересные и неожиданные результаты диссертации С.В. Алешина представлены во второй главе работы. В ней рассматривается классическая модель Колмогорова–Петровского–Пискунова, но с запаздыванием. В ней с использованием техники квазинормальных форм получены асимптотики простейших предельных циклов. Однако самые важные результаты связаны с численным анализом поставленной задачи в большой пространственной области. Здесь, вопреки ожиданиям и очевидности, возникает в одном профиле волны как бы два типа колебаний. Один – у фронта распространяющейся волны, другой в середине области. До этой работы мне не доводилось видеть такого типа сложной упорядоченности в диффузионных системах, а также пространственно-временного хаоса, сменяющего её при изменении параметра.

На мой взгляд, это блестящий результат диссертанта, представляющий общий интерес для многомерной нелинейной динамики.

В третьей главе рассмотрена достаточно экзотическая, на мой взгляд, задача – логистическое уравнение с диффузией и отклонением пространственного аргумента. В этой задаче обнаружены интересные типы упорядоченности, обусловленные пространственным сдвигом (своеобразные сингулярным описанием переноса). Динамика у левого и правого края волны оказывается существенно различной. Диссертант проследил, как в этом случае происходит возникновение пространственно-временного хаоса при изменении параметров.

Последняя глава носит методологический характер и связана с вычислением ляпуновских показателей для рассматриваемых систем с запаздыванием. Основная идея развиваемого подхода связана с адаптацией классического алгоритма Бенеттина с соавторами и с последующей пере-

нормировкой и ортогонализацией решений системы в вариациях для широкого класса различных математических моделей с запаздыванием.

Работа С.В. Алёшина производит прекрасное впечатление. В ней получены новые, оригинальные, достоверные результаты, находящиеся на переднем крае современной нелинейной динамики. Диссертант показал блестящее владение современными асимптотическими методами и, в частности, теорией квазинормальных форм, а также алгоритмами вычислительной математики. Большое впечатление производят численные расчеты решений систем с запаздыванием в больших пространственных областях, которые потребовали использования суперкомпьютерных вычислительных кластеров.

Диссертация и автореферат превосходно написаны – ясно, точно, конкретно. Отличные иллюстрации. В качестве мелких шероховатостей можно отметить лемму 2, в которой фигурируют параметры a и b , которые ни до этого, ни после в автореферате не поясняются (разумеется в диссертации эти обозначения разъяснены).

Отличная диссертация С.В. Алёшина выполнена на высоком научном уровне, представляет собой новое решение актуальной научной задачи и удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым ВАК РФ к кандидатским диссертациям по специальности 05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ. С.В. Алёшин, безусловно, заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук.

Заведующий отделом моделирования нелинейных процессов ФГБУН
Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН,
д.ф.-м.н., профессор

 / Г.Г. Малинецкий /

Адрес: 125047 Москва, Миусская пл., д.4

E-mail: GMalin@Keldysh.ru

Тел.: (903)627-34-16

Сайт организации: <http://keldysh.ru>

Подпись Георгия Геннадьевича Малинецкого удостоверяю,
Учёный секретарь ИПМ им. М.В. Келдыша РАН
к.ф.-м.н.



/ А.И. Маслов /

03 ноября 2015 г.