

Отзыв

научного руководителя на диссертационную работу Елены Сергеевны Логачевой «Проблемы сопряженности слов и подгрупп в свободных конструкциях групп» на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел.

Проблемы равенства и сопряженности слов, сформулированные М. Дэном в 1912 году, являются основными проблемами комбинаторной теории групп, получившие отрицательное решение в работах П. С. Новикова 1955 года. В 1957 году С. И. Адяном доказано, что почти все алгоритмические проблемы в конечно определенных группах являются алгоритмически неразрешимыми. Возникает проблема изучения различных классов конечно определенных групп и исследования в них разрешимости проблем Дэна. М. Д. Гриндлингером в 1966 году был открыт класс групп с малой мерой сокращения $C'(\frac{1}{6})$, $C'(\frac{1}{4})$ и $T(4)$, в котором им решены проблемы равенства и сопряженности слов. Р. Линдон определил класс групп с малой мерой налегания $C(6)$, $C(4)$ и $T(4)$, $C(3)$ и $T(6)$, включающий в себя класс групп М. Д. Гриндлингера. Используя геометрические методы, Р. Линдон получил положительное решение проблемы равенства слов. П. Шупп, определив понятие кольцевых диаграмм, решил проблему сопряженности слов в данном классе групп. Крупнейшим достижением конца XX века явилось открытие М. Громовым словарно гиперболических групп и доказательство им разрешимости проблемы равенства и сопряженности слов в этих группах.

В диссертации Е. С. Логачевой рассматриваются решения проблемы сопряженности слов и проблемы сопряженности подгрупп в некоторых классах свободных конструкций. С. Липшудц в 1966 году установил разрешимость проблемы сопряженности слов в свободном произведении двух свободных групп с циклическим объединением. А. А. Фридман решил данную проблему для HNN-расширения свободной группы с ассоциированными циклическими подгруппами.

Обобщением проблемы сопряженности слов является проблема сопряженности подгрупп. Впервые она была рассмотрена и решена в 1967 году В. Н. Ремесленниковым в классе конечно порожденных нильпотентных групп. М. Д. Гриндлингер нашел необходимое и достаточное условие сопряженности двупорожденных подгрупп свободной группы. Д. И. Молдаванский получил общее решение этой проблемы, доказав разрешимость проблемы сопряженности конечно порожденных подгрупп свободной группы. В 1977 году В.Н. Безверхним решена проблема сопряженности подгрупп для свободного произведения двух свободных групп с циклическим объединением. Также в 1975 году им доказана неразрешимость указанной проблемы в свободном произведении свободных групп, объединенных по подгруппе ранга 4.

Диссертация Е.С. Логачевой состоит из введения, трех глав и списка литературы. Во введении дается информация о полученных ранее результатах, связанных с указанными проблемами и перечислены основные результаты, полученные диссертантом. Первая глава посвящена важному понятию, используемому при исследовании основных проблем диссертации - понятию специального множества слов в свободных произведениях групп с объединением и в HNN-расширениях групп; также рассматриваются свойства специального множества и формулируется достаточное условие его эффективного построения.

Во второй главе, используя понятие специального множества, получено положительное решение проблемы сопряженности слов в древесном произведении свободных групп с циклическими ассоциированными подгруппами. Данный результат полностью обобщает указанный выше результат С. Липшуца. Кроме того, соискателем доказана разрешимость проблемы сопряженности слов в HNN-расширении с помощью конечного числа проходных букв древесного произведения бесконечных циклических групп с объединением. Для данной группы доказательство сопряженности проведено для элементов не сопряженных с элементами из ассоциированных

подгрупп. Для HNN-расширения с одной проходной буквой проблема решена полностью.

Третья глава посвящена решению проблемы сопряженности подгрупп в древесных конструкциях групп. Доказывается, что в группе, являющейся древесным произведением бесконечных циклических групп с объединением разрешима проблема сопряженности конечно порожденных подгрупп. Затем доказано положительное решение данной проблемы в группах, являющихся HNN-расширением древесного произведения бесконечных циклических групп с объединением.

Следует отметить, что доказательство основных результатов, полученных Е. С. Логачевой, не тривиальны, используют современные методы комбинаторной теории групп. В процессе исследования основных проблем диссертанту потребовалось преодолеть значительные трудности, проявить изобретательность и целеустремленность.

Диссертация Е. С. Логачевой «Проблемы сопряженности слов и подгрупп в свободных конструкциях групп» полностью отвечает требованиям п. 8 Положения о порядке присуждения ученых степеней ВАК РФ, предъявляемых к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 - математическая логика, алгебра и теория чисел, а ее автор заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук.

Доктор физико-математических наук,
профессор федерального государственного
бюджетного образовательного учреждения высшего
профессионального образования «Тульский
государственный педагогический университет
им. Л.Н. Толстого»,
профессор кафедры алгебры, математического
анализа и геометрии
Владимир Николаевич Безверхний

«25» августа 2015 года



Подпись
заверяю. Начальник отдела
делопроизводства и связи

В.Н. Безверхний

A handwritten signature in blue ink, likely belonging to the official mentioned in the text.