

**«УТВЕРЖДАЮ»**

Директор ФГБУН

Институт радиотехники и электроники

им. В.А. Котельникова РАН,

член-корреспондент РАН,

С.А. Никитов



2015 г.

## **ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ**

федерального государственного бюджетного учреждения науки  
Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН

на диссертацию Алешина Сергея Владимировича  
**«Исследование динамики логистического уравнения с диффузией и  
отклонениями аргументов»,**

представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических  
наук по специальности 05.13.18 – математическое моделирование,  
численные методы и комплексы программ

### **Актуальность темы диссертации**

Диссертационное исследование Алешина Сергея Владимировича посвящено изучению динамики логистического уравнения с диффузией и отклонениями аргументов. Эта тема является актуальной, поскольку логистическое уравнение с диффузией и распределенными параметрами является одним из простейших представителей класса уравнений «реакция-диффузия», которые играют ключевую роль в моделировании широкого круга прикладных задач из различных разделов физики (радиофизика, оптоэлектроника и др.) и популяционной динамики. Эта модель при специальном выборе параметров может быть изучена аналитическими асимптотическими методами. В случае же произвольных параметров уместно использовать численные алгоритмы построения решений с учетом результатов асимптотических исследований. Применение современных аналитических и, что особенно важно, согласованных с ними численных

методов, выполненное в диссертации, позволило найти и описать ряд новых явлений, касающихся качественного поведения решений данного типа динамических систем.

### **Научная новизна полученных результатов**

Перейдем к общему описанию представленной работы, отметим направления исследования и основные результаты. Диссертация Алешина С.В. состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы, содержащего 112 наименований, в том числе публикации автора по теме исследования. В тексте диссертации также содержится 36 рисунков и две таблицы. Общий объем диссертации составляет 92 страницы. Фрагменты исходных кодов программного комплекса, разработанного автором для численного анализа, пример его входных данных и описание графического интерфейса вынесены в отдельные приложения.

Во введении автор обосновывает актуальность выбранной тематики, предлагает краткий обзор результатов в данной предметной области, формулирует исходные положения и общий план исследования, описывает структуру работы и ее содержание.

В первой главе диссертационной работы автор рассмотрел логистическое уравнение с запаздыванием. Провел исследование локальной динамика этого уравнения, выделил критические случаи в задаче об устойчивости состояния равновесия, построил квазинормальную форму, отвечающую за рождающиеся при близких к критическим значениях параметров колебательные решения и провел численный эксперимент, который с удовлетворительной точностью подтвердил утверждения аналитического характера.

Во второй главе автором была рассмотрена задача распространения волны плотности для логистического уравнения с запаздыванием и диффузией. Для исследования качественного поведения решений этого уравнения сначала были рассмотрены модельные краевые задачи, соответствующие данному уравнению вблизи единичного состояния

равновесия. Для них была построена квазинормальная форма, которая оказалась стандартным уравнением Гинзбурга–Ландау. На основании анализа свойств квазинормальной формы были выяснены условия потери устойчивости пространственно однородного режима. Далее было проанализировано уравнение соответствующее распространению волны концентрации, для которого удалось определить критические значения параметра запаздывания. На основании полученных аналитических результатов автором был выполнен обширный численный эксперимент, позволивший изучить особенности процесса распространения волны. На его основе были получены значения запаздывания, для которых профили волны качественно отличаются. Аналогичные исследования автор провел и для логистического уравнения с диффузией и отклонением пространственной переменной в третьей главе диссертационной работы.

Наконец, в последней части работы автором представлен вычислительный алгоритм для определения ляпуновских экспонент и ляпуновской размерности аттракторов систем дифференциальных уравнений с запаздыванием. В главе приведены результаты тестирования этого алгоритма на примере логистического уравнения с запаздыванием. Показана близость полученных значений характеристик к корням характеристического квазимногочлена, что позволяет считать используемый метод вполне корректным. Проиллюстрировано применение алгоритма к некоторым задачам с неупорядоченным поведением решений, в частности, приводятся результаты численного моделирования для уравнений Ланга–Кобаяши и Стюарта–Ландау. Для них получены значения параметров, при которых наблюдается гиперхаотическая динамика. На основе алгоритма оценки спектра показателей Ляпунова автором был создан соответствующий программный комплекс и получено свидетельство о регистрации в Федеральной службе по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам РФ.

В заключении приведены основные результаты исследования. Их можно сформулировать в следующем виде:

1. Выполнены локальный и связанный с ним численный анализ логистического уравнения с запаздыванием. Получена асимптотика устойчивого цикла изучаемой задачи.
2. Проведено качественное исследование логистического уравнения с диффузией и отклонениями временного и пространственного аргументов вблизи единичного состояния равновесия. Выполнено подробное численное исследование распространения волны концентрации в логистическом уравнении с диффузией и отклонениями временной и пространственной переменных.
3. Разработан алгоритм вычисления ляпуновских экспонент для дифференциальных уравнений с запаздыванием. Рассчитаны ляпуновские экспоненты и ляпуновская размерность аттрактора нескольких задач с запаздыванием, обладающих решениями со сложным нерегулярным поведением.

Все основные результаты, выносимые на защиту, являются новыми.

#### **Соответствие паспорту специальности**

Диссертационная работа по тематике и содержанию соответствует п.1 (Развитие качественных и приближенных аналитических методов исследования математических моделей), п.3 (Разработка, обоснование и тестирование эффективных вычислительных методов с применением современных компьютерных технологий), п.4 (Реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента), п.5 (Комплексные исследования научных и технических проблем с применением современной технологии математического моделирования и вычислительного эксперимента) специальности 05.13.18 - математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

## **Степень обоснованности и достоверности**

Научные положения и выводы, представленные в диссертационной работе, имеют аналитические или численные обоснования, что подтверждает их достоверность. Все основные результаты работы были опубликованы в научных печатных изданиях и представлены на всероссийских научных конференциях и научных семинарах.

## **Значимость работы**

Полученные результаты и методики исследования представляют интерес с точки зрения использования для решения широкого круга задач типа «реакция-диффузия» в популяционной динамике и физике.

## **Рекомендации по использованию результатов**

Представленные в работе численно-аналитические методы могут быть адаптированы для более широкого класса задач, связанных с изучением распространения возмущений в нелинейной среде с распределенными по времени и пространству переменными. Программная реализация разработанных алгоритмов оценки ляпуновских экспонент для уравнений с запаздыванием может быть адаптирована для решения разнообразных задач анализа динамических систем. Соответственно, результаты могут быть востребованы в математических центрах, проводящих исследования в области моделирования и анализа распространения возмущений в нелинейной среде, качественного анализа динамических систем. В том числе результаты могут быть использованы в следующих организациях: МГУ им. М.В.Ломоносова, НИЯУ МИФИ, Нижегородском, Саратовском, Самарском и Ярославском университете, Южном федеральном университете.

## **Оценка автореферата**

Содержание автореферата соответствует содержанию представленной диссертации и отражает основные ее положения.

## **Подтверждение опубликования результатов**

Результаты диссертации своевременно опубликованы, в том числе представлены в необходимом количестве публикаций в ведущих

рецензируемых научных журналах, рекомендованных ВАК. Также основные положения диссертации были представлены на различных конференциях и семинарах.

По представленной диссертации есть несколько замечаний.

1. Численный анализ логистического уравнения с диффузией и отклонениями выполняется путем разбиения области распределения пространственной переменной на части и рассмотрения большой системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Вероятно, имело бы смысл сравнить применяемый метод со стандартными разностными схемами с согласованными по времени и пространству разбиениями.

2. Вычислительный алгоритм нахождения ляпуновских экспонент для систем дифференциальных уравнений с запаздыванием, представленный в диссертационной работе, применен к довольно ограниченному числу моделей. Это приводит к тому, что результаты последней главы оказываются обособленными от остального текста работы. На наш взгляд следовало бы во всех случаях появления неупорядоченного поведения в 1-3 главах применить разработанный автором метод.

В то же время отметим, что указанные замечания носят скорее рекомендательный характер, не умаляют достоинств работы, не влияют на корректность представленного исследования и их результатов.

### **Заключение**

Представленная работа Алешина С.В. представляет собой законченное научное исследование, выполненное на актуальную тему, затрагивающее важные вопросы изучения нелинейной динамики и содержащее численно-аналитические методики исследования важного класса распределенных динамических систем.

На основании изложенного выше можно сделать вывод, что диссертация Алешина Сергея Владимировича «Исследование динамики

логистического уравнения с диффузией и отклонениями аргументов» соответствует требованиям «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного постановлением Правительства Российской Федерации от 24 сентября 2013 г. №842, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а автор заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Отзыв подготовлен заведующим лабораторией «Информационные и коммуникационные технологии на основе динамического хаоса» федерального государственного бюджетного учреждения науки Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, доктором физико-математических наук, профессором Дмитриевым Александром Сергеевичем, обсужден и одобрен на заседании НТС 34 отдела 2 ноября 2015 года, протокол № 8 от 02.11.15.

Заведующий лабораторией  
«Информационные и коммуникационные технологии  
на основе динамического хаоса»  
ФГБУН Институт радиотехники  
и электроники им. В.А. Котельникова РАН,  
доктор физико-математических наук,  
профессор

А.С. Дмитриев

«03» ноябрь 2015 г.

**Адрес:** 125009, Москва, ул. Моховая 11, корп.7

**Телефон:** +7 (495) 629 3574

**Электронная почта:** ire@cplire.ru

**Сайт организации:** <http://www.cplire.ru/>