

**Отзыв официального оппонента М.М. Глухова
о работе Е.С. Логачевой «Проблемы сопряженности
слов и подгрупп в свободных конструкциях групп»,
представленной в качестве диссертации на соискание
ученой степени кандидата физико-математических
наук по специальности 01.01.06.,
математическая логика, алгебра и теория чисел.**

Рассматриваемая работа посвящена алгоритмическим проблемам равенства слов и сопряженности слов и подгрупп в некоторых древесных произведениях групп с циклическим объединением и в их *HNN*-расширениях с циклическими ассоциированными подгруппами.

Решению проблем равенства и сопряженности слов и подгрупп в конечно определенных группах, являющихся различными обобщениями свободных произведений групп, посвящено большое число работ различных авторов.

Из отечественных специалистов в указанном направлении теории групп следует особо отметить П.С. Новикова, С. И. Адяна, А.А Маркова В. Н. Безверхнего и их учеников: А.А. Фридмана, решившего проблему сопряженности слов в *HNN*-расширении свободной группы с ассоциированными циклическими подгруппами, К. Михайлову, доказавшую неразрешимость проблемы сопряженности свободного произведения групп, Г.С. Маканина, решившего проблему сопряженности в группах кос, и других специалистов. Большую школу по комбинаторной теории групп организовал М.Д. Гриндлингер. Из его учеников следует особо отметить Д.И. Молдаванского, решившего проблему сопряженности подгрупп в свободных группах, В.Н. Безверхнего, продолжившего развитие школы Гриндлингера, и решившего ряд алгоритмических проблем в свободных произведениях свободных групп с объединениями и доказавшего, в частности, неразрешимость проблемы сопряженности подгрупп свободного произведения двух свободных групп с объединенной свободной подгруппой ранга 4, и разрешимость аналогичной проблемы при объединении ранга 2.

Ряд новых результатов получено учениками В.Н. Безверхнего Так, например, И.В. Добрыниной, решены проблемы сопряженности, обобщенной сопряженности и вхождения в циклическую подгруппу для групп Кокстера большого типа. По указанным проблемам большое число работ опубликовано также и зарубежными специалистами.

Все сказанное свидетельствует об актуальности рассматриваемых в данной работе задач.

Рассматриваемые в данной работе конструкции свободного произведения групп с объединением и *HNN*-расширения группы с ассоциированностью связаны между собой. А именно, при определении свободного произведения групп G, H с объединением к соотношениям из $R(G)$ и $R(H)$ соответственно групп G, H добавляется система соотношений $\{\varphi(a) = b : a \in A \subseteq G, b \in B \subseteq H\}$, где φ – изоморфизм A на B . *HNN*-расширением группы G с ассоциированными подгруппами A, B называют группу с системами образующих $G \cup \{t\}$, где $t \notin G$, и соотношений $R(G) \cup \{t^{-1}at = \varphi(a) : a \in A\}$, где $A, B = \varphi(A)$ – подгруппы в G , φ – изоморфизм A на B . При этом t называется проходной буквой. Заметим, что обозначение *HNN* состоит из инициалов авторов указанной конструкции групп *Higman, Neiman, Neiman*. Из приведенных определений видно, что *HNN*-расширение свободной группы G с ассоциированными подгруппами является частным случаем свободного произведения групп с объединением.

Понятие древесного произведения G групп G_i , как обобщение свободного произведения с объединением, было введено в 1948 г. Х. Нейман. Оно является свободным произведением n групп G_i с добавлением к нему соотношений $\varphi_{j,i}(U_{i,j}) = U_{j,i}$, где $U_{i,j} < G_i$, $U_{j,i} < G_j$ и $\varphi_{j,i}$ – изоморфизм группы $U_{i,j}$ на $U_{j,i}$. Термин «Древесное произведение» с объединением связан со свойством вершин, соответствующих подгруппам G_i некоторого графа подгрупп. К древесным произведениям, в частности,

относятся и свободные произведения двух и более групп с объединениями, и *HNN*-расширения групп с ассоциированными подгруппами. Частные классы древесных групп исследовались ранее некоторыми учениками В.Н. Безверхнего. Так, О.В. Инченко и О.Ю. Платонова исследовали соответственно группы Кокстера и группы Артина с древесной структурой.

Основные результаты данной работы носят более общий характер, они относятся к древесным произведениям групп и их *HNN*-расширениям. Автором решены: проблема сопряженности слов в древесных произведениях свободных групп с циклическими объединениями и проблема сопряженности конечно порожденных подгрупп в древесных произведениях бесконечных циклических групп и в древесных произведениях групп с циклическими ассоциированными подгруппами.

Для *HNN*-расширений доказаны разрешимость проблемы сопряженности элементов в *HNN*-расширениях древесных произведений циклических групп с циклическим объединением и в *HNN*-расширениях таких групп с конечным числом проходных букв при условии, что элементы не принадлежат ассоциированным подгруппам.

Решена также проблема сопряженности конечно порожденных подгрупп в древесных произведениях бесконечных циклических групп с объединением, в *HNN*-расширениях с циклической ассоциированной подгруппой бесконечной циклической группы и древесного произведения циклических групп с циклическим объединением.

В ходе доказательств полученных результатов широко используются многие из имеющихся результатов по алгоритмам в группах. При этом особую роль играют введенные ранее В.Н. Безверхним так называемые специальные множества слов. К достоинствам работы можно отнести стиль изложения, в котором работа ведется главным образом со словами и почти не используется ставший традиционным в аналогичной тематике диаграммный язык. Вычисления по преобразованию слов в конечном алфавите сравнительно просто реализуются на компьютере. Техника диаграмм групп

неявно используется автором лишь при ссылках на известные результаты других авторов, доказанные с помощью диаграмм.

В качестве замечания можно указать на недостаточную полноту библиографии. В ней, в частности не указаны работы О.В. Инченко и О.Ю. Платонова по древесным произведениям групп.

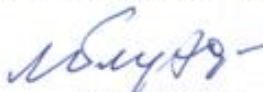
В целом рассматриваемая работа содержит ряд новых результатов по актуальной тематике, Полученные в работе результаты обобщают многие известные результаты других авторов и вносят существенный вклад в развитие комбинаторной теории групп. Все результаты автора снабжены подробными доказательствами и с достаточной полнотой отражены в автореферате. Работа хорошо оформлена.

Основные результаты работы опубликованы в 9 статьях, 5 из которых в журналах, рекомендованных ВАК России. Все результаты докладывались на международных конференциях по алгебре и теории чисел, тезисы докладов опубликованы.

Работа удовлетворяет современным требованиям ВАК и ее автор Логачева Елена Сергеевна заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06, математическая логика, алгебра и теория чисел.

Официальный оппонент –

доктор физико - математических наук, профессор

 (Глухов М.М.)

10.11.2015 г.

Почтовый адрес: 119602, г.Москва, Мичуринский пр., Олимпийская деревня, д. 18 кв. 68. Электронная почта: glukhovmm@rambler.ru

Подпись Глухова М.М. удостоверяю.

Заместитель управляющего делами
аппарата президиума

Академии криптографии
Российской Федерации



В.В.Климов

Глухов Михаил Михайлович; доктор физико-математических наук, профессор, академик-секретарь отделения математических проблем криптографии ФГКНУ «Академия криптографии Российской Федерации»
Контактный телефон: (8-495) 437-7742

