На правах рукописи

Платонова Оксана Юрьевна

РЕШЕНИЕ НЕКОТОРЫХ АЛГОРИТМИЧЕСКИХ ПРОБЛЕМ В ГРУППАХ АРТИНА С ДРЕВЕСНОЙ СТРУКТУРОЙ

01.01.06 — математическая логика, алгебра и теория чисел

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Ярославль - 2013

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Тульский государственный педагогический университет им. Л.Н. Толстого» на кафедре алгебры, математического анализа и геометрии факультета математики, физики и информатики.

Научный руководитель: доктор физико – математических наук,

профессор Безверхний Владимир Николаевич

Официальные оппоненты:

Глухов Михаил Михайлович, доктор физико – математических наук, профессор Академии криптографии РФ, академик-секретарь отделения Академии криптографии РФ

Инченко Оксана Владимировна, кандидат физико-математических наук, доцент ФГБОУ ВПО «Тульский государственный университет»

Ведущая организация:

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

Защита состоится 20 декабря в 14 часов на заседании диссертационного совета Д 212.002.03 при Ярославском государственном университете им. П.Г. Демидова по адресу 150008, г. Ярославль, ул. Союзная, 144, ауд. 426

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Ярославского государственного университета им. П.Г. Демидова

Автореферат разослан « » ноября 2013г.

Ученый секретарь

диссертационного совета С.И. Яблокова

Общая характеристика работы

Актуальность темы

В 1972 г. Э. Брискорн и К. Сайто[1] ввели класс групп, который назвали группами Артина.

Пусть G – конечно порожденная группа Артина с копредставлением $G=\left\langle a_1,a_2,...,a_n;\left\langle a_ia_j\right\rangle^{m_{ij}}=\left\langle a_ja_i\right\rangle^{m_{ji}}\right\rangle$, где $\left\langle a_ia_j\right\rangle^{m_{ij}}=a_ia_ja_i...$ - слово длины m_{ij}, состоящее из m_{ij} чередующихся букв a_i и a_j, $i\neq j$, m_{ij}- число, соответствующее симметрической матрице Кокстера, $m_{ij}\geq 2$ при $i\neq j$. Если к определяющим соотношениям группы Артина добавить соотношения вида: $\forall i\in I, a_i^2=1$, то получим копредставление соответствующей группы Кокстера.

Группы Артина конечного типа являются обобщением групп кос, которые ввел в 1925 году Э. Артин[2]. Группы кос имеют копредставление $B_{n+1}=\left\langle \sigma_1,\sigma_2,...,\sigma_n;\sigma_i\sigma_{i+1}\sigma_i=\sigma_{i+1}\sigma_i\sigma_{i+1}, i=\overline{1,n-1};\sigma_i\sigma_j=\sigma_j\sigma_i, i,j=\overline{1,n},|i-j|>1\right\rangle$. Группа Артина называется группой Артина конечного типа, если соответствующая ей группа Кокстера конечна.

Группы Кокстера были введены Х. С. М. Кокстером[3] в 1934 году. Понятие данной группы возникло в теории дискретных групп, порождаемых отражениями относительно гиперплоскостей. Алгебраическая теория данного класса групп подробно представлена в работах Н. Бурбаки[4].

В 1912 г. М. Дэном[5] были сформулированы фундаментальные алгоритмические проблемы теории групп: проблема равенства, сопряженности слов в конечно определенных группах, проблема изоморфизма групп.

---

[1] Брискорн Э., Сайто К. Группы Артина и группы Кокстера.// Математика: Сб. переводов. – 1974. - № 6. – С. 56-79.
[2] Artin E. Theorie der Zorfe // Abh. math. Semin. Univ. Hamburg. – 1925. – V. 4. – P. 47-72.
[3] Coxeter H. S. M. Discrete groups generated by reflections. // Ann. Math. – 1934. – V. 35. – P. 588 -621.
[4] Бурбаки Н. Группы и алгебры Ли. – М.: Мир, 1972.
[5] Dehn M. Uber unendliche diskontinuierliche Gruppen. // Math. Annal. – 1912. – V.71. – P.116-144.

Поиск решения этих проблем послужил причиной развития комбинаторной методологии в теории групп, что позволило комбинаторной теории групп оформиться как самостоятельной науке и стать одним из активно развивающихся направлений современной математики. Среди работ, связанных с исследованием проблем М. Дэна, наиболее выдающимися являются работы П. С. Новикова[6], показавшего неразрешимость проблем равенства, сопряженности слов конечно определенных группах, а также неразрешимость проблемы изоморфизма групп. Вследствие этого возникла задача исследования данных алгоритмических проблем в конкретных классах конечно определенных групп, где особое место занимает класс групп Артина и Кокстера.

Проблема равенства слов в группах кос B_{n+1} решена Э. Артином[7]. Г.С. Маканиным[8] и независимо Ф. Гарсайдом[9] получено решение проблемы сопряженности в B_{n+1}. А также Г.С. Маканин[10] показал, что нормализатор любого элемента группы кос конечно порожден и построил алгоритм, выписывающий его образующие.

Э. Брискорн и К. Сайто показали разрешимость проблем равенства и сопряженности слов в группах Артина конечного типа. Для данного класса групп В.Н. Безверхним и В.А. Гринблатом было получено решение проблемы вхождения в циклическую подгруппу. Ю.Э. Трубицын и В.А. Гринблат доказали разрешимость проблемы обобщенной сопряженности слов в данном классе групп. В.Н. Безверхний доказал неразрешимость проблемы вхождения в неприводимые группы Артина конечного типа.

К. Аппелем и П. Шуппом[11] в 1983 г. выделены классы групп Артина большого и экстрабольшого типа. Если $m_{ij} \geq 3$ для всех $i \neq j$, то G называется

---

[6] Новиков П. С. Об алгоритмической неразрешимости проблемы тождества в теории групп. / / Труды МИАН СССР. – 1955. – Т.44. – С.3-143.
[7] Artin E. Theory of braids. // Ann. Math. – 1947. – V.48. – P. 101-126.
[8] Маканин Г.С. Проблема сопряженности слов в группе кос. // Доклады АН СССР. – 1968. – Т.182, №3. – С.495-496.
[9] Гарсайд Ф. Группа кос и другие группы. // Математика: Сб. переводов. – 1970. - №4. – С. 113-132.
[10] Маканин Г.С. О нормализаторах группы кос. // Математический сборник. – 1971. – Т.86, №2. – С. 171-179.
[11] Appel K., Schupp P. Artin groups and infinite Coxter groups. // Invent. Math. – 1983. – V. 72. – P. 201-220.

группой Артина (Кокстера) большого типа. Если же $m_{ij} > 3$, то группа называется группой Артина (Кокстера) экстрабольшого типа. П. Шупп и К. Аппель показали разрешимость проблемы равенства и сопряженности слов для групп Артина и Кокстера экстрабольшого типа. В. Н. Безверхним и А.Н. Кузнецовой получено, что группы Артина большого типа являются группами без кручения[12], и в данном классе групп разрешима проблема вхождения в циклическую подгруппу[13]. К. Аппелем и независимо В.Н, Безверхним была решена проблема сопряженности слов[14], а также В.Н. Безверхним получено решение проблемы обобщенной сопряженности слов[15] для групп Артина большого типа.

В.Н. Безверхним были выделены конечно порожденные группы Артина и Кокстера с древесной структурой[16].

Пусть G - конечно порожденная группа Артина. Каждой конечно порожденной группе Артина G соответствует конечный граф Γ^*, между вершинами которого и образующими группы можно установить соответствие такое, что если a_i и a_j являются вершинами ребра e, то ребру соответствует соотношение вида $\langle a_i a_j \rangle^{m_{ij}} = \langle a_j a_i \rangle^{m_{ji}}$ для группы G. Группа Артина G имеет древесную структуру, если граф Γ^* является дерево – графом.

В графе Γ^* всегда можно выделить максимальное дерево-граф Γ, который соответствует группе, имеющей древесную структуру, для которой группа Артина с графом Γ^* является гомоморфным образом.

Степень разработанности темы исследования

[12] Безверхний В.Н., Кузнецова А.Н. О кручении групп Артина большого типа. // Чебышевский сборник. – Т.6. – В.1. – 2005. – С. 13-22.

[13] Безверхний В.Н., Кузнецова А.Н. Решение проблемы вхождения в циклическую подгруппу в группах Артина большого типа. // Известия ТулГУ. – Серия Математика. Механика. Информатика.. – Т.11. – 2005. – С.76-94.

[14] Безверхний В.Н. Решение проблемы сопряженности слов в группах Артина и Кокстера большого типа. // Алгоритмические проблемы теории групп и полугрупп: Межвузовский сборник научных трудов. – 1983. – С.26-62.

[15] Безверхний В.Н. Решение проблемы обобщенной сопряженности слов в группах Артина большого типа. // Фундаментальная и прикладная математика. – 1999. – Т.5. - № 1. – С.1-38.

[16] Безверхний В.Н. О группах Артина, Кокстера с древесной структурой. // Алгебра и теория чисел: Современные проблемы и приложения. – Тезисы докладов V Международной конференции. – Тула. – 2003.- С. 33 – 34.

Впервые прямоугольные группы Артина, т. е. группы с древесной структурой были изучены Баудишом[17], которого в свою очередь интересовали двупорожденные подгруппы в случае, когда все числа симметрической матрицы Кокстера принимают значения $m_{ij}=\{0,2\}$. Затем данный класс групп подвергся широкому изучению, были решены многие алгоритмические задачи. Прямоугольные группы Артина являются биавтоматными[18], они имеют конечно порожденную группу автоморфизмов[19]. Две прямоугольные группы Артина изоморфны тогда и только тогда, когда изоморфны их графы[20]. В работах Бествина и Брэди[21] были описаны некоторые подгруппы прямоугольных групп, которые обладают специфическими гомологическими свойствами. Вайсом[22] было доказано, что в прямоугольных группах Артина всякая квазивыпуклая подгруппа финитно отделима. В диссертации рассмотрен общий случай, когда числа симметрической матрицы Кокстера принимают значения $m_{ij}=\{0,2,3,...\}$.

Цели задачи работы

Целью данной работы является изучение конечно порожденных групп Артина с древесной структурой, а также доказательство разрешимости некоторых алгоритмических проблем в данном классе групп. Поставленная цель предполагает решение следующих задач: описать диаграммы над данным классом групп, изучить их свойства; доказать разрешимость некоторых алгоритмических проблем таких как проблемы равенства и сопряженности слов, проблемы кручения, проблемы вхождения в циклическую подгруппу, проблемы вхождения в параболическую подгруппу,

[17] Baudisch. A. Subgroups of semifree groups. // Acta Math. Acad. Sci. Hungar. – 1981. – 38(1-4). – P.19-28.
[18] Van Wyk. L. Graph groups are biautomatic. // J. Pure Appl. Algebra. – 1994. – 94(3). – P.341-352.
[19] Servatius. H. Automorphisms of graph groups. //J. Algebra. – 1989. – 126(1). – P.34-60.
[20] Droms. C. Isomorphisms of graph groups. //Proc. Amer. Math. Soc. – 1987. – 100(3). – P.407-408.
[21] Bestvina M., Brady N. Morse theory and finiteness properties of groups. //Invent. Math. – 1997. – 129(3). – P.445-470.
[22] Hsu T., Wise D. T. Separating quasiconvex subgroups of right-angled Artin groups. //Mathematics Subject Classification. – 2000. – P.1 – 20.

проблемы слабой степенной и степенной сопряженности слов, проблемы пересечения циклических подгрупп; описать структуру централизатора элементов группы.

Основные положения, выносимые на защиту и научная новизна

Все полученные результаты являются новыми. На защиту выносятся следующие основные положения:

1) в группах Артина с древесной структурой разрешима проблема сопряженности слов;

2) группы Артина с древесной структурой являются группами без кручения;

3) в группах Артина с древесной структурой разрешима проблема вхождения в циклическую подгруппу;

4) в группах Артина с древесной структурой разрешима проблема вхождения в параболическую подгруппу;

5) в группах Артина с древесной структурой разрешима проблема слабой степенной сопряженности слов;

6) в группах Артина с древесной структурой разрешима проблема степенной сопряженности слов;

7) в группах Артина с древесной структурой разрешима проблема пересечения циклических подгрупп;

8) получено описание централизатора элементов в группах Артина с древесной структурой.

Теоретическая и практическая значимость работы

Работа носит теоретический характер. Результаты диссертации могут быть использованы при дальнейшем исследовании алгоритмических проблем в других классах конечно порожденных групп Артина и Кокстера. Многие доказанные в диссертации теоремы могут быть включены в спецкурсы для студентов и аспирантов.

Методология и методы исследования

В диссертации при доказательстве основных результатов используется метод диаграмм, введенный ван Кампеном в 1933 году и вновь переоткрытом Р. Линдоном в 1966 году[23].

Степень достоверности результатов

Степень достоверности результатов данной работы подтверждается полными и подробными математическими доказательствами.

Апробация результатов

Основные результаты диссертации докладывались на семинаре «Алгоритмические проблемы теории групп и полугрупп» под руководством профессора Безверхнего В.Н. (ТГПУ им. Л.Н. Толстого, 2005 – 2010гг.), на Международной научной практической конференции «Современные проблемы математики, механики, информатики» (ТулГУ, 2006 – 2010гг.), на Международной научно-практической конференции «Л. Эйлер и российское образование, наука и культура» (ТГПУ им. Л.Н. Толстого, 2007г.), на VII Международной конференции «Алгебра и теория чисел: современные проблемы и приложения» (Тула, 2010г.), на алгебраическом семинаре под руководством профессора Шмелькина А.Л. (МГУ, 2012г.).

Публикации

Результаты работы опубликованы в статьях [1] –[6].

Структура диссертации

---

[23] Lindon R. On Dehn's algoritm. //Math. Ann. – 1966. – 166-P. 208-228.

Диссертационная работа состоит из введения, трех глав, 8 разделов, заключения и списка литературы. Общий объем диссертации составляет 115 страниц. Библиография включает 48 работ.

Основное содержание работы

Во введении изложена предыстория исследуемых в диссертации вопросов, обоснована актуальность исследования, научная новизна полученных результатов.

Первая глава посвящена изучению структуры диаграмм над группами Артина с древесной структурой, исследованию проблем равенства и сопряженности слов в данном классе групп, а также решению проблемы кручения данных групп.

В первом разделе первой главы введены преобразования диаграммы, которые мы можем проводить с диаграммами для данного класса групп, определены понятие деновской области (что соответствует R - сокращению), понятия особой и специально особой точки, *S-i* области, описаны структура и свойства диаграмм над конечно порожденными группами Артина с древесной структурой.

Слово $w \in G$, G - группа Артина с древесной структурой, называется R - *приведенным*, если w свободно приведено в F и не содержит подслово s, являющееся подсловом некоторого соотношения $r, r = s \cdot t$, где $\|s\| > \frac{1}{2}\|r\|$, где R - все циклические несократимые слова равные единице в G.

Сформулированные и доказанные в этом пункте предложения 1.1., 1.2 и следствие 1.1 позволили нам выяснить, что диаграммы в группах Артина с древесной структурой являются однослойными.

Во втором разделе рассматриваются проблемы равенства и сопряженности слов в группах Артина с древесной структурой.

Строение диаграмм позволяет нам непосредственно решить проблему равенства слов, которая в свою очередь позволяет решить проблему сопряженности слов. Также в этом разделе получено доказательство следующей важной леммы:

Лемма 1.5. *Пусть G – конечно порожденная группа Артина с древесной структурой. Слова* w *и* v*, для которых* $\|w\|=1, \|v\|=1$*, сопряжены в G тогда и только тогда, когда существует ломанная, состоящая из ребер дерево-графа Г, которая соединяет вершины, соответствующие данным образующим группы, и каждому из ребер выделенного пути соответствует соотношение с нечетным числом Кокстера, причем, если* $w=x^k$*, то* $v=y^k$*, где* $x, y \in \{a_1^{\pm 1}, a_2^{\pm 1}, \ldots, a_n^{\pm 1}\}$.

В третьем разделе определены понятия «полосы» и «$\overline{R}$ - сокращения», которые использовали при доказательстве теоремы о кручении элементов в данном классе групп.

Поддиаграмма $\Pi = \blacksquare_{i=1}^{n} D_i$ образует *полосу* в *R*-приведенной диаграмме *M* с граничным циклом $\partial M = \gamma \blacksquare \delta$, если

1. $\forall i,\ i=\overline{1,n-1}\quad \partial D_i \cap \partial D_{i+1} = e_i$, где e_i - ребро;
2. $\forall i,\ i=\overline{1,n}\quad \partial D_i \cap \gamma = \gamma_i$, где γ_i - связный путь, причем $|\gamma_i| \geq 1$;
3. $|\partial D_1 \cap \gamma| = |\partial D_1 \setminus (\partial D_1 \cap \gamma)|$ и $|\partial D_n \cap \gamma| = |\partial D_n \setminus (\partial D_n \cap \gamma)|$;
4. $\forall j,\ j=\overline{2,n-1}\quad |\partial D_j \cap \gamma| + 2 = |\partial D_j \setminus (\partial D_j \cap \gamma)|$.

В слове *w* есть $\overline{R}$-сокращение, если в приведенной диаграмме *M*, граничной меткой которой является слово *w*, выделяется полоса.

Теорема 1.3. *Группа Артина с древесной структурой свободна от кручения.*

То есть все элементы группы Артина с древесной структурой G имеют бесконечный порядок.

Во второй главе диссертации рассматриваются решения таких алгоритмических задач, как проблема вхождения в циклическую подгруппу, проблема вхождения в параболическую подгруппу, проблемы слабой степенной и степенной сопряженности слов.

В первом разделе второй главы мы исследовали вопрос о разрешимости проблемы вхождения в циклическую подгруппу в группах Артина с древесной структурой, которая заключается в нахождении алгоритма, позволяющего определить, является ли слово w группы G степенью некоторого слова v в G, то есть $w = v^n, n > 1$.

Мы доказали вспомогательную теорему 2.2, которую использовали при доказательстве основных теорем в данной работе.

Теорема 2.2. *Существует алгоритм, строящий по любому несократимому слову w сопряженное с ним или с его квадратом в группе Артина с древесной структурой слово w_0, любая степень которого R и $\overline{R}$ - несократима.*

Затем доказана основная теорема первого раздела.

Теорема 2.3. *В группе Артина с древесной структурой разрешима проблема вхождения в циклическую подгруппу.*

Во втором разделе второй главы мы рассматриваем решение проблем вхождения в параболическую подгруппу и слабой степенной сопряженности слов. Для исследования этого вопроса мы делим все области кольцевой связной односвязной диаграммы на три типа; вводим понятия кольцевого сокращения, параболической подгруппы.

Доказаны следующие важные леммы:

Лемма 2.9. *Пусть G - конечно порожденная группа Артина с древесной структурой с множеством образующих $A, |A| < \infty$. И пусть $w \in G$, $w - R$ и $\overline{R}$ - несократимое слово не равное единице в G. Слово w равно некоторому слову $v \in G_j$, где G_j - параболическая подгруппа группы G с множеством образующих $A_j, A_j \subset A$. Тогда w - слово на образующих A_j.*

Лемма 2.10. *Пусть G - конечно порожденная группа Артина с древесной структурой, с множеством образующих $A, |A| < \infty$. И пусть $w \in G$, $w -$ циклически R и $\overline{R}$ - несократимое, тупиковое слово, не равное единице в G. Слово w сопряжено некоторому слову $v \in G_j$, то есть существует слово*

$z \in G$ такое, что $z^{-1}wz = v, \|v\| \geq 2$, G_j - параболическая подгруппа группы G с множеством образующих $A_j, A_j \subset A$. Тогда w, z - слова на образующих A_j.

Будем говорить, что в группе G разрешима проблема слабой степенной сопряженности, если для любых двух слов $w, v \in G$, где $w \notin \langle v \rangle$, найдется целое число n такое, что слова w и v^n сопряжены в группе G.

Теорема 2.4. *В группе Артина с древесной структурой разрешима алгоритмическая проблема слабой степенной сопряженности.*

В третьем разделе второй главы мы решаем проблему степенной сопряженности слов.

Будем говорить, что в G разрешима проблема степенной сопряженности слов, если существует алгоритм, позволяющий для любых двух слов $w, v \in G$ установить существуют ли натуральные числа m и n, и элемент $z \in G$ такие, что $z^{-1}w^m z = v^n$. Доказана основная теорема:

Теорема 2.5. *В группе Артина с древесной структурой разрешима проблема степенной сопряженности.*

Третья глава посвящена решению проблемы пресечения циклических подгрупп, а также описанию централизатора элементов в группах Артина с древесной структурой.

Основным результатом первого раздела третьей главы является доказательство следующей теоремы.

Теорема 2.6. *В группах Артина с древесной структурой разрешима проблема пересечения двух циклических подгрупп, т. е. по любым двум словам $w, v \in G$ можно установить, существуют ли натуральные числа m и n, что слова w^m и v^n равны в группе G.*

Во втором разделе третьей главы описывается структура централизатора элементов группы.

Для слов из группы G с единичной слоговой длиной имеет место следующее утверждение:

Лемма 3.2. *Пусть* G *- конечно порожденная группа Артина с древесной структурой; слово* $w \in G$ *такое, что* $w = a^s$, $C(w)$ *- централизатор элемента* w. *Тогда группа* $C_w(w)$ *является свободным произведением циклических групп и* $C(w) = \langle a \rangle \times C_w(w)$, *где* $C_w(w) = \prod_{r=1}^{l} {}^* \langle \tilde{z}_r \rangle$, *где* $\tilde{z}_r = z_1 z_2 ... z_{t-1} z_{0r}^q z_{t-1}^{-1} ... z_2^{-1} z_1^{-1}$, $z_k \in G_{ij}$, $\|z_k\| = m_{ij} - 1$, $q \in Z, k = \overline{1,t}$.

Для доказательства следующего результата необходимо представить группу G в виде древесного произведения.

Группе G соответствует конечный дерево - граф Γ_n, вершинами которого являются двупорожденные группы Артина. Группы Артина $G_{sp} = \langle a_p, a_s; \hat{R}_{sp} \rangle$ и $G_{sk} = \langle a_k, a'_s; \hat{R}_{sk} \rangle$ объединены по циклическим подгруппам $U_{sp} = \langle a_s \rangle$, $U_{sp} < G_{sp}$, и $U_{sk} = \langle a'_s \rangle$, $U_{sk} < G_{sk}$, если вершины, которым соответствуют данные подгруппы, соединены ребром в древесном графе.

Тогда представление группы G как древесное произведение групп вида G_{ij} с циклическим объединением имеет вид: $G = \left\langle \prod_{i=1}^{n} {}^* G_{ij} \middle| U_{ij} = U_{js} \right\rangle$, где $U_{ij} = \langle a_j \rangle, U_{js} = \langle a_j \rangle$, $i \in I_1, j \in I_2, I_1 < \infty, I_2 < \infty$. Поэтому каждый элемент $w \in G$ может быть представлен в виде произведения слогов, где каждый слог принадлежит некоторому сомножителю G_{ij}.

Для слов, принадлежащих группе G и имеющих слоговую длину больше единицы, имеет место следующая теорема:

Теорема 3.4. *Пусть* G *- конечно порожденная группа Артина с древесной структурой; слово* w *- циклически несократимое в свободной группе и не равное 1 в* G, $\|w\| > 1$. *Тогда централизатор элемента* w *есть либо бесконечная циклическая подгруппа, либо свободная абелевая группа ранга 2.*

Заключение

В данной работе мы исследовали способы решения некоторых алгоритмических задач в группах Артина с древесной структурой.

Геометрическими методами мы показали разрешимость следующих алгоритмических проблем: проблемы равенства и сопряженности слов, проблема кручения (группы Артина с древесной структурой свободны от кручения), проблема вхождения в циклическую подгруппу, проблема вхождения в параболическую подгруппу, проблемы слабой степенной и степенной сопряженности слов, проблема пересечения циклических подгрупп, а также получили описание централизатора элементов в группах Артина с древесной структурой.

Получили, что централизатор слова единичной слоговой длины есть прямое произведение циклической и свободной групп, а для слова со слоговой длиной больше 1 есть либо бесконечная циклическая подгруппа, либо свободная абелевая группа ранга 2.

Следует отметить, что группы Артина с древесной структурой являются мало изученным классом. Не решены такие алгоритмические задачи, как, например, проблема пересечения классов смежности двух конечно порожденных подгрупп, проблема сопряженности конечно порожденных подгрупп, не изучена автоматность, и целый ряд других вопросов остаются открытыми.

Возможно, решение алгоритмических проблем в группах Артина с древесной структурой поможет в исследовании этих же задач в общих классах групп Артина.

Автор выражает глубокую благодарность своему научному руководителю, доктору физико – математических наук, профессору Безверхнему В.Н., за постановку задач и помощь в работе над диссертацией.

Работы автора по теме диссертации

Статьи в журналах, рекомендованные ВАК РФ:

[1] Безверхний, В.Н. Проблема равенства и сопряженности слов в группах Артина с древесной структурой [Текст] / В.Н. Безверхний, О.Ю. Карпова* // Известия Тульского государственного университета. Серия Математика. Механика. Информатика. - 2006. - Том 12. - Выпуск 1. - С.67-82.

[2] Безверхний, В.Н. О кручении в группах Артина с древесной структурой [Текст] / В.Н. Безверхний, О.Ю. Карпова* // Известия Тульского государственного университета. Естественные науки. - 2008. – Выпуск 2. - С.6-17.

[3] Карпова*, О.Ю. Решение проблемы степенной сопряженности в группах Артина с древесной структурой [Текст] / О.Ю. Карпова*, В.Н. Безверхний, // Известия Тульского государственного университета. Естественные науки. Естественные науки. – 2009. – Выпуск 3. - С.42-59.

Статьи в других журналах:

[4] Безверхний, В.Н. Проблема вхождения в циклическую подгруппу в группах Артина с древесной структурой [Текст] / В.Н. Безверхний, О.Ю. Карпова* // Чебышевский сборник. - 2008. – Том 9. – Выпуск 1(25). - С.30-50.

[5] Платонова, О.Ю. О структуре централизатора элементов единичной слоговой длины в группах Артина с древесной структурой [Текст] /О.Ю. Платонова // Чебышевский сборник. - 2010. – Том 11. - Выпуск 2(34). - С.73-84.

[6] Платонова, О.Ю. Проблема пересечения циклических подгрупп в группах Артина с древесной структурой [Текст] /О.Ю. Платонова // Чебышевский сборник. - 2010. – Том 11. - Выпуск 2(34). - С.85-96.

* - *фамилия Карпова изменена на Платонову в связи с вступлением в брак.*