Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
им. В.А. Стеклова
Российской академии наук
(МИАН)
119991, Москва, ул. Губкина, д. 8
Тел.: (495) 984-81-41. Факс: (493) 984-81-39.
E- mail: steklov @mi.ras.ru http://www.mi.ras.ru

_____________ №________________

на №_____________ от_______________

«Утверждаю»

директор ФГБУН «Математический институт им. В.А. Стеклова РАН»

академик РАН, профессор

В.В. Козлов

____

« 7»_декабря_____________2015

ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ

ФГБУН «Математический институт им. В.А. Стеклова РАН»

на диссертационную работу

Ермаковой Светланы Михайловны

на тему

«Векторные расслоения конечного ранга на полных пересечениях конечной коразмерности в линейном инд-грассманиане»,

представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности

01.01.06 –«математическая логика, алгебра и теория чисел»

Диссертация С.М. Ермаковой посвящена изучению векторных расслоений на инд-многообразиях, являющихся полными пересечениями в бесконечномерном инд-грассманиане.

Изучение векторных расслоений на инд-многообразиях восходит к следующей замечательной теореме, доказанной в работах Барта, Ван де Вена, Сато и А.Н. Тюрина: всякое векторное расслоение (конечного ранга) на бесконечномерном проективном пространстве раскладывается в прямую сумму линейных расслоений. Это свойство на первый взгляд довольно неожиданно, так как на конечномерных проективных пространствах легко построить примеры неразложимых векторных расслоений (в частности, таковым является касательное расслоение). Однако, давно было замечено, что построение расслоений малого ранга на проективных пространствах большой размерности – очень сложная задача (например, известен только один пример расслоения ранга 2 на проективном пространстве размерности большей чем 3 – расслоение Хоррокса – Мамфорда) и в некотором смысле теорема Барта – Ван де Вена – Сато – Тюрина придает четкий математический смысл этому утверждению.

Относительно недавно в работах Ивана Пенкова и Александра Тихомирова появились новые обобщения этих результатов. Оказалось, что буквально то же утверждение (всякое конечномерное векторное расслоение раскладывается в прямую сумму линейных) верно и для инд-грассманианов. В свою очередь диссертация посвящена обобщению результатов Пенкова – Тихомирова на случай инд-многообразий, являющихся полными пересечениями (конечной коразмерности) в инд-грассманиане. Главный результат диссертации – доказательство этого утверждения в полной общности.

Доказательство главного результата диссертации состоит из нескольких шагов и некоторые из них представляют самостоятельный интерес.

Во-первых, в главе 3 изучается пространство путей (то есть цепочек состоящих из прямых линий), соединяющих две точки в полном пересечении X в конечномерном грассманиане G(n,2n). Главный результат главы –

связность пространства путей длины n при условии, что n велико по сравнению с суммой степеней гиперповерхностей, полным пересечением которых является X. Доказательство основано на явном описании этого пространства (в случае, когда две точки находятся в общем положении) как пересечения гиперповерхностей в произведении двух многообразий полных флагов и применения теоремы Бертини.

В главе 4 доказывается равномерность любого векторного расслоения конечного ранга на полном пересечении в инд-грассманиане. Доказательство основано на двух интересных наблюдениях. Во-первых, на сильной связности многообразия прямых (любые две прямые в X можно соединить цепочкой деформаций, каждая из которых состоит движении прямой по проективной плоскости, целиком содержащейся в X). Во-вторых, оказывается, что всякое проективное пространство, содержащееся в X, дополняется до бесконечномерного проективного пространства, тоже целиком содержащегося в X. Отсюда и из теоремы Тюрина легко следует равномерность любого векторного расслоения на X.

Наконец, в главе 5 доказывается основной результат диссертации. Вначале, пользуясь доказанной в главе 4 равномерностью, доказывается, что всякое векторное расслоение конечного ранга на X является итерированным расширением подкруток линейно тривиальных расслоений (то есть расслоений тривиальных на всех прямых). Затем доказывается, что всякое линейно тривиальное расслоение тривиально, и что все линейные расслоения на X не имеют высших когомологий. Отсюда легко следует разложимость расслоения.

В своей диссертации С.М. Ермакова решает комплекс сложных и актуальных задач алгебраической геометрии. Она использует как нетривиальные результаты из классической алгебраической геометрии, так и интересные идеи топологического характера, что позволяет ей доказать очень интересный и нетривиальный результат.

Из недочетов работы можно отметить то, что в некоторых утверждениях не все условия сформулированы в явном виде, а в некоторых доказательствах опущены существенные детали. Так, например, на стр. 18 в лемме 4 не указано, что многообразие Y предполагается гладким, а в доказательстве следствия 1 на стр. 21 не объясняется, почему слово в группе Вейля является приведенным. Кроме того, в работе встречается небольшое количество опечаток. Например, в шестой снизу строке на стр. 20 должно быть «2l(w)», а не «l(w)». Тем не менее, все эти недостатки незначительны, и никак не снижают научной значимости рассматриваемой диссертации.

Диссертация С.М. Ермаковой является интересным математическим исследованием, которое будет полезным для специалистов по алгебраической геометрии работающим в Математическом институте им. В.А. Стеклова РАН, Санкт-Петербургском отделении Математического института им. В.А. Стеклова РАН, на механико-математическом факультете МГУ им. М.В. Ломоносова, факультете математики НИУ ВШЭ, математико-механическом факультете СПбГУ, а также в других научных центрах России.

Результаты диссертации опубликованы в четырех работах, три из которых напечатаны в реферируемых журналах, включенных в перечень ВАК. Содержание диссертации докладывалось автором на международных и отечественных конференциях и семинарах. Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

Все сказанное выше позволяет заключить, что диссертационная работа удовлетворяет требованиям ВАК Минобрнауки, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор Ермакова Светлана Михайловна заслуживает присуждения ей ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел.

Отзыв подготовлен ведущим сотрудником отдела алгебраической геометрии ФГБУН «Математический институт им. В.А. Стеклова РАН», доктором физико-математических наук Кузнецовым Александром Геннадьевичем, обсужден и одобрен на заседании отдела алгебраической геометрии от «1» декабря 2015 г., протокол № 1.

Доктор физико-математических наук,
ведущий сотрудник отдела
алгебраической геометрии
ФГБУН «Математический институт
им. В.А. Стеклова РАН» Кузнецов А.Г.
«7» декабря 2015 г.

Адрес: 119991, Москва, ул. Губкина, д. 8
Телефон: +7 (499) 135 25 49, +7 (495) 984 81 41 * 36 69
e-mail: akuznet@mi.ras.ru
Сайт организации: http://www.mi.ras.ru

Подпись Кузнецова А.Г. заверяю

(Печень А.Н., ученый секретарь)